

MATEMATIKA

Nyolcosztályos gimnázium (4+3+3+3+3+3+(3+3)vagy(5+5))

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerrel és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytan, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diskussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének

megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum-problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismerteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, illetve pl. vegyész, grafikus, szociológus) ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A kerettanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése

mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikanitása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódnak tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

5. évfolyam

A nyolcosztályos gimnáziumok matematika kerettanterve az egyes témaköröket az általános iskolában a szokásosnál mélyebben tárgyalja, néhány ismerettel korábban foglalkozik. Ugyanakkor a fogalmak kialakítására, megerősítésére ebben az iskolatípusban is különös gondot fordítunk, kellő időt szánunk, a későbbi években sok témára magasabb szinten visszatérünk. Az erre az életkorra jellemző érdeklődést, kíváncsiságot, játékoságot felhasználjuk a megismerési, tanulási folyamatban. Gyakran indulunk ki konkrét tevékenységekből, a tapasztalatok elemzéséből, játékból.

Az 5. évfolyam fontos feladata a biztos számolási készség kialakítása. Támaszkodunk az alsó tagozaton szerzett ismeretekre, fokozatosan bővítjük azt a számkört, amelyben műveleteket végzünk. Számolunk fejben és írásban az egész számok és a racionális számok halmazán, a megszerzett tudást alkalmazzuk a mindennapi életben. Szöveges feladatokat oldunk meg, a hétköznapi és gyakorlati problémákat megfogalmazzuk a matematika nyelvén. A várható eredményekre becsléseket adunk, megoldásunkat ellenőrizzük. A geometria témakörben méréseket, szerkesztéseket végzünk, egyszerű síkbeli és térbeli alakzatokat ismerünk meg. A konkrét tárgyak vizsgálata a térszemlélet fejlesztését jelenti, amely része az esztétikai nevelésnek is.

A matematikai gondolkodásmódot fel kell használni a problémamegoldások során. Ehhez szükséges megfelelő szemléltető ábrákat, diagramokat, grafikonokat készíteni, ilyeneket értelmezni, elemezni és felhasználni; halmazokat jellemezni, szabályszerűségeket észrevenni, általánosító sejtéseket, állításokat megfogalmazni, igazságtartalmukat vizsgálni.

Az érvelés, a cáfolás, a vitakészség, a helyes kommunikáció fejlesztése folyamatos feladatunk. Ehhez szükséges másokkal problémamegoldásban együttműködni, gondolatainkat, a megismert fogalmakat rendszerezni. A modellalkotás fontos eszköz, amely segítséget nyújt a problémák megoldásában. Fontos, hogy a tanulók a modellalkotásaik során a megértett és megtanult fogalmakat és eljárásokat fel tudják használni és a modelljeikbe szervesen be tudják építeni. Szükséges, hogy problémahelyzetet leíró szöveg alapján a probléma lényegét felismerjék, majd annak megfelelő, a probléma megoldását elősegítő modelleket alkossanak. Fokozatosan fejlesztjük a matematikai szaknyelv és jelölésrendszer használatát, alkalmazását.

Az értékelés változatos módszereit alkalmazzuk. Ebben az életkorban a legkisebb teljesítményt is észrevesszük, a szóbeli dicséret ösztönző erejére is építünk.

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika | Órakeret 5 óra + foly. |
|---|---|--|
| Előzetes tudás | Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba. A változás értelmezése egyszerű matematikai tartalmú szövegben. Több, kevesebb, ugyanannyi fogalma. Állítások igazságtartalmának vizsgálata. Néhány elem sorba rendezése, az összes eset megtalálása (próbálgatással). | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Elemek halmazba rendezése több szempont szerint – hétköznapi életből vett példák, illetve matematikai tulajdonságok alapján. A halmazba tartozó és a halmazba nem tartozó elemek vizsgálata – halmaz, alaphalmaz, részhalmaz. Adatok elhelyezése halmazábrában. Állítások megfogalmazása, igazságtartalmának eldöntése. Néhány elem sorba rendezése, kiválasztása – módszeres próbálgatással. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>1.1. Halmazok</p> <p>Halmazok megadása, részhalmaz. Halmazok uniója, metszete. Üres halmaz, egyenlő halmazok.</p> <p>Adott tulajdonság alapján elemeket csoportba foglalunk: példák a mindennapi életből és a számhalmazok területéről.</p> <p>Halmazok megadása elemek felsorolásával.</p> <p>Halmazábra használata.</p> <p>Adott véges halmaz részhalmazainak a felírása.</p> <p>Halmazműveletek elvégzése véges halmazokon.</p> | | <p><i>Informatika:</i> könyvtárszerkezet a számítógépen.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tárgyak kiválasztása.</p> |
| <p>1.2. Matematikai logika</p> <p>Logikai állítások.</p> <p>Igaz, hamis állítás.</p> <p>És; vagy.</p> <p>Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről.</p> <p>Definíciók megértése, alkalmazása.</p> <p>Állítások igazságtartalmának eldöntése.</p> <p>Vitakultúra fejlesztése.</p> | | <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> Tanuljunk érvelni!</p> |
| <p>1.3. Kombinatorika</p> <p>Sorba rendezések.</p> <p>Kiválasztások.</p> <p>Néhány elem sorba rendezése.</p> <p>Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint.</p> | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Halmaz, számhalmaz, elem, részhalmaz, unió, metszet, IGAZ, HAMIS, ÉS, VAGY. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számelmélet, algebra 2.1. Természetes számok | Órakeret 27 óra |
|--|---|---|
| Előzetes tudás | Számok írása, olvasása (10 000-es számkör). Helyi érték, alaki érték, valódi érték. Számok helye a számegyenesen. Természetes számok nagyság szerinti összehasonlítása. Matematikai jelek: +, -, •, :, =, <, >, () ismerete, használata. A matematika különböző területein az ésszerű becslés és a kerekítés alkalmazása. Műveletek ellenőrzése. Fejben számolás száz-as számkörben. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A tízes számrendszer fogalmának elmélyítése. Elemek csoportosítása más számrendszerben is. A számegyenes használata, alkalmas egység megválasztása. A műveletek biztos elvégzésének erősítése – fejben és írásban. Műveleti tulajdonságok felismerése, alkalmazása. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>A tízes számrendszer.</p> <p>A számfogalom fejlesztése milliós számkörben.</p> <p>Helyi érték, alaki érték ismerete, számok kiolvasása.</p> <p>A számok helyesírásának ismerete.</p> <p>Kapcsolat a kombinatorikával (számok kirakása).</p> <p>Kapcsolat a mindennapi élettel (pénzegységek, mértékegységek átváltása).</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> A számírás kialakulása, római számok.</p> | | <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a magyar helyesírás alapelvei. |
| <p>A számegyenes.</p> <p>Számok összehasonlítása.</p> <p>Számok elhelyezése számegyenesen. Megfelelő beosztás választása.</p> <p>Kerekítés, becslés.</p> <p>A kerekítés szabályainak ismerete.</p> | | |
| <p>Összeadás, kivonás, szorzás.</p> <p>Osztó, többszörös, oszthatóság.</p> <p>Osztás, maradékos osztás.</p> <p>Műveletek elvégzése fejben és írásban.</p> <p>A tanulók gyakorlati feladatokban ismerjék fel, hogy melyik művelet alkalmazására van szükség.</p> <p>Műveletek ellenőrzése.</p> <p>Az 1 és a 0 a szorzásban és az osztásban.</p> <p>Műveletek tulajdonságai, zárójelek használata, műveletek sorrendje.</p> <p>Műveleti sorrend, ha a kifejezés nem tartalmaz zárójelet.</p> <p>Tagok, tényezők felcserélhetőek, csoportosíthatóak.</p> <p>Zárójelek szerepének felismerése.</p> <p>Szorzás, osztás 10-zel, 100-zal, 1000-rel.</p> <p>Alkalmazásuk mértékegységek átváltása során.</p> | | <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés. |

| | | |
|--|---|--|
| Számrendszerek. A tízestől különböző számrendszerek kialakítása. <i>Matematikatörténet: 12-es, 60-as számrendszer.</i> | | <i>Informatika: 2-es számrendszer.</i> |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Tízestől különböző számrendszer, helyi érték, alaki érték, számegegyenes, összeadandó, összeg tag, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, tényező, osztandó, osztó, hányados, maradék, számrendszer. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számelmélet, algebra 2.2. Egész számok | Órakeret 17 óra |
|--|--|--|
| Előzetes tudás | Negatív számok a mindennapi életben - hőmérséklet, adósság. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Ellentétes mennyiségek fogalmának mélyítése. Mennyiségi jellemzők kifejezése negatív számokkal. Műveletvégzés az egész számok halmazán. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata az egész számok halmazán. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| A negatív szám. Számkörbővítés: miért van szükségünk egész számokra? Ellentétes mennyiségek ismerete, felfedezése az életünkben. Egy szám ellentettje, abszolútértéke. Nagyobb, kisebb fogalma az egész számok körében. Egész számok a számegegyenesen. A számegegyenest segédeszközként használjuk a fogalmak megértésére, a szükséges absztrakció érdekében. | | <i>Természetismeret:</i> hőmérséklet, időjárás-jelentés, tengerszint feletti magasság. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> időszámítás – i.e. |
| A derékszögű koordináta-rendszer. I., II., III., IV. síknegyed. Első jelzőszám, második jelzőszám. A jelzőszámok nem cserélhetőek fel. Példák: színházjegy, sakk, táblázatok. | | <i>Természetismeret:</i> helymeghatározás, térképek. |
| Egész számok összeadása, kivonása, szorzása, osztása. A műveletek elvégzése előtt a várható eredmény, és előjelének becslése. Zárójelek használata, műveleti sorrend. Számítógép használata: gyakorlás a digitális tudásbázis segítségével. | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Negatív szám, előjel, ellentett, abszolút érték, koordináta-rendszer, síknegyed, első, második jelzőszám. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számelmélet, algebra 2.3. Törtek, tizedestörtek, racionális számok | Órakeret 34 óra |
|---|---|--|
| Előzetes tudás | Törtek a mindennapi életben: 2, 3, 4, 10, 100 nevezőjű törtek megnevezése, lejegyzése szöveggel, előállítás hajtogatással, nyírással, rajzzal, színezéssel. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A törtek jelentésének megalapozása. Törtek többféle alakjának ismerete. Műveletvégzés a törtszámok körében. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>A törtek értelmezése. Törtek kétféle értelmezése – felismerés szöveges környezetben. Törtek egyszerűsítése, bővítése. Közös törtszám, vegyes tört. Az egyszerűsítés és a bővítés tudatos alkalmazása. Törtek ábrázolása a számegetesen. Törtek összehasonlítása egyenlő nevezőjű, egyenlő számlálójú törtek esetében.</p> | | <p><i>Ének-zene:</i> a hangjegyek értékének és a törtszámoknak a kapcsolata.</p> |
| <p>Törtek összeadása, kivonása. Közös nevező keresése. Törtek szorzása. Törtek osztása. Tört szorzása, osztása természetes számmal. Számolási készség fejlesztése. Az ellenőrzés igénye, a becslés képességének fejlesztése. Műveleti tulajdonságok, zárójel használat, műveleti sorrend.</p> | | |
| <p>A tizedes törtek értelmezése, használata. Tizedes törtek jelentése, kiolvasása, leírása. Helyiérték-táblázat használata. Mértékegységek kifejezése tizedes törtekkel: dm, cl, mm... Tizedes törtek a számegetesen. Tizedes törtek leolvasása a számegetesről. Tizedes törtek elhelyezése a számegetesen. Mérés a milliméter beosztású vonalzóval, mérőszalaggal. Tizedes törtek egyszerűsítése, bővítése. A tizedes tört végére nullákat írhatunk, illetve a szám végén lévő nullákat elhagyhatjuk. Tizedes törtek összehasonlítása. Számegyetest használva és a szám írott alakja alapján összehasonlítunk. Matematikai jelek használata ($<$, $>$, $=$). Tizedes törtek kerekítése.</p> | | <p><i>Természetismeret:</i> hosszúságmérés.</p> |
| <p>Tizedes törtek összeadása, kivonása. Tizedes törtek szorzása, osztása egész számmal. A műveletek elvégzése fejen kisebb számokon. A műveletek eredményének előzetes becslése, írásbeli elvégzése. A műveletek ellenőrzése.</p> | | <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> statisztikai adatok.</p> |

| | | |
|---|---|--|
| <p>Tizedes törték szorzása, osztása 10-zel, 100-zal, 1000-rel. Alkalmazás a mértékegységekkel való számolásban: terület, terület, űrtartalom, átváltások. Az átlag kiszámítása. Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése. Hány tizedes jegyre számoljunk átlagot? Tört alakban írt szám tizedes tört alakja.</p> | | |
| <p>Mérés, mértékegységek. Hosszúság, tömeg, idő mérése, mértékegységek. Mérések elvégzése csoportmunkában, együttműködés a társakkal.</p> | | <p><i>Természetismeret:</i> mérés, mértékegységek.</p> |
| <p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p> | <p>Tört, számláló, nevező, közös nevező, tizedes tört, közösleges tört, véges és végtelen szakaszos tizedes tört, egyszerűsítés, bővítés.</p> | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számelmélet, algebra 2.4. Osztathóság | Órakeret 1 óra |
|--|---|---|
| Előzetes tudás | Osztás, osztó, maradékos osztás. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Az osztó, többszörös fogalma. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>Osztó, többszörös. Osztók meghatározása. Osztók, többszörösök halmaza – halmazábra készítése.</p> | | <p><i>Természetismeret:</i> ciklusok a természetben.</p> |
| <p>Közös osztók. Közös többszörösök.</p> | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Osztó, közös osztó, többszörös, közös többszörös. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 3. Sorozatok, függvények | Órakeret 6 óra |
|--|--|-------------------|
| Előzetes tudás | <p>Szabályfelismerés, szabálykövetés. Növekvő és csökkenő számsorozatok. Összefüggések keresése az egyszerű sorozatok elemei között. A szabály megfogalmazása egyszerű formában, a hiányzó elemek pótlása. Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése. Táblázat adatainak értelmezése.</p> | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | <p>Sorozat megadása szabállyal. A koordináta-rendszer biztonságos használata. Függvényszemlélet előkészítése.</p> | |

| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
|---|--------------------|--|
| <p>Sorozatok. Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok készítése. Algoritmusok játékokon keresztül. <i>Matematikatörténet: Gauss.</i></p> | | <p><i>Technika, életvitel, gyakorlat:</i> osztálynévsor, tornasor.</p> |
| <p>Koordináta-rendszer, grafikonok. Egyszerű grafikonok értelmezése. Egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben.</p> | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Sorozat, grafikon. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 4. Geometria 4.1. Geometriai alapfogalmak | Órakeret 15 óra |
|---|---|--|
| Előzetes tudás | Pont, egyenes, görbe vonalak szemléletes fogalma. Párhuzamos és metsző egyenesek. Háromszög, négyzet, téglalap, sokszög felismerése, jellemzőik, előállításuk másolással, hajtogatással, nyírással. Körvonal és körlap. Kocka, téglatest, gömb felismerése a mindennapi életben. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Térelemek fogalmának elmélyítése – környezetünk tárgyainak vizsgálata. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása. Körző, vonalzó, szögmérő használata, szerkesztés. Esztétikai érzék fejlesztése. Sokszögek belső és külső szögeinek mérése, szögek összegének meghatározása. Kör vizsgálata. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>Pont, egyenes, sík, félegyenes, szakasz. Síkídom, sokszög, oldal, átló, konvexitás. A környezetünkben lévő tárgyakon ismerjük fel a vizsgált geometriai fogalmakat. Test, csúcs, él, lap. Testek építése, szemléltetése.</p> | | |
| <p>Merőleges egyenesek. Párhuzamos egyenesek. Merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése vonalzóval. Ponthalmazok távolsága. Két pont, pont és egyenes, távolsága. Két egyenes távolsága. Kitérő egyenesek.</p> | | <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> vízszintező, mérőőn.</p> |
| <p>Geometriai szerkesztés. A ceruza, vonalzó, körző használata. Díszítőminták szerkesztése körzővel, vonalzóval.</p> | | |
| <p>A szög. Szögek fajtái. A szög jelölése, betűzése, görög betűk. Nullszög, hegyesszög, derékszög, tompaszög, egyenesszög,</p> | | |

| | | |
|---|--|---|
| <p>homorúszög, teljesszög. Szögmérés szögmérővel. Fok, szögperc, szögmásodperc.</p> | | |
| <p>Háromszögek: csúcs, belső szög, külső szög. A háromszög belső és külső szögeinek összege. Háromszögek szögeinek meghatározása méréssel. Hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű háromszög. Egyenlőszárú háromszög, egyenlő oldalú háromszög. Háromszögek szerkesztése. Háromszög-egyenlőtlenség.</p> | | <p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.</p> |
| <p>Sokszögek. Speciális négyszögek ismerete: négyzet, téglalap.</p> | | |
| <p>Kör. Sugár, átmérő. Körív, körcikk. A fogalmak felismerése környezetünk tárgyain. Díszítőminták szerkesztése körzővel.</p> | | <p><i>Hon- és népismeret:</i> népművészeti motívumok.</p> |
| <p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p> | <p>Pont, félegyenes, szakasz, sík, síkidom, sokszög, test, csúcs, él, lap. Merőlegesség (egyenesek), párhuzamosság (egyenesek). Szög, nullszög, hegyesszög, derékszög, tompaszög, egyenesszög, homorúszög, teljesszög. Kör, gömb, sugár, átmérő, körív, körcikk.</p> | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 4. Geometria 4.2. Kerület, terület, felszín, térfogat | Órakeret 17 óra |
|--|---|--|
| Előzetes tudás | Hosszúság mérése (egyszerű gyakorlati példák). Négyzet, téglalap kerülete – mérés, számítás, mértékegységek. Négyzet, téglalap területének mérése különféle egységekkel, területlefedéssel. A test és a síkidom közötti különbség megértése. Kocka, téglatest, felismerése, létrehozása, jellemzői. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Hosszúság mérésének gyakorlása – mérőeszközök használata, becslés. A kerület meghatározása méréssel és számolással. Számolási készség fejlesztése. Mértékegységek használata, átváltása. A felszín és a térfogat meghatározása. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>A kerület mérése, mértékegységei. A téglalap, a négyzet, kerülete. Adott alakzatok kerületének meghatározása méréssel, számolással. Méterrúd, mérőszalag használata.</p> | | |
| <p>A terület mérése, mértékegységei. A téglalap, négyzet, területe. Adott alakzatok területének meghatározása - az adott egységgel összehasonlítunk, közelítünk, számolunk. Mérőeszközök használata. A téglatest hálója, felszíne.</p> | | <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> számítások tapétázáshoz, csempézéshez.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> díszítőminták periodikus ismétlése.</p> |

| | |
|--|--|
| A térfogat, űrtartalom mérése. Mértékegységek. A téglatest térfogata. Üvegek, üdítős dobozok térfogata. | |
| Testek építése, ábrázolása. Építőjátékok használata. Térszemlélet fejlesztése. | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Kerület, terület, felszín, térfogat, felszín, térfogat, test hálója. |

| | | |
|---|--|---|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 5. Statisztika, valószínűség | Órakeret 5 óra |
| Előzetes tudás | Adatgyűjtés, adatok lejegyzése, diagram leolvasása. Valószínűségi játékok, kísérletek, megfigyelések - biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos állítások. | |
| A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai | Adatok gyűjtése, értelmezése, jellemzése. Valószínűségi játékokon és kísérleteken keresztül a valószínűség fogalmának alapozása. | |
| Ismeretek és fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| Adatok ábrázolása. Adatok gyűjtése, elemzése. Oszlopdiagram, vonaldiagram, kördiagram elemzése. Átlag. Az átlag kiszámítása, értelmezése. | | <i>Természetismeret:</i> Népeség alakulása, összetétele. <i>Technika, életvitel és gyakorlat;</i> <i>természetismeret:</i> lázmérés, lázgörbe. |
| Valószínűségi játékok. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Esélyek mérlegelése. Adatok tervszerű gyűjtése. | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Adat, grafikon, átlag, biztos esemény, lehetetlen esemény. | |

| | |
|---|--|
| <p>A fejlesztés várt eredményei az 5. évfolyam végén</p> | <p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazok megadása adott tulajdonság alapján. – Részhalmaz alkotása. – Két véges halmaz uniójának, metszetének megkeresése. – Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről, állítások igazságtartalmának eldöntése. – Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. – Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel. <p><i>Számelmélet és algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A természetes számok halmaza, a tízes számrendszer ismerete, számok írása olvasása, összehasonlítása. – Műveletek elvégzése, ellenőrzés, műveleti sorrend ismerete, zárójelek alkalmazása. – Egész számok, negatív számok ismerete, ellentett, abszolútérték meghatározása. – Törtszám fogalmának ismerete, törtekkel végzett műveletek elvégzése. – Számegyenes használata, koordináta-rendszer ismerete. – Mérés a gyakorlatban; mértékegységek (hosszúság, terület, űrtartalom, tömeg, idő), mérőeszközök használata; becslés. – Osztó, közös osztók, többszörös, közös többszörösök keresése, prímszám, összetett szám ismerete. Oszthatósági szabályok megfigyelése. – Egyszerű egyenletek használata. – Egyszerű szöveges feladatok megoldása. <p><i>Sorozatok, függvények</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. – Egyszerű grafikonok értelmezése. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Tételek felismerése környezetünk tárgyain, pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. – Szerkesztések elvégzése, körző, vonalzó használata. Szakasz másolása. – Háromszögek, négyszögek, sokszögek. – Kerület és terület mérése, mértékegységeinek ismerete, átváltása. – Téglalap felszínének, térfogatának számítása. <p><i>Statisztika, valószínűség</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. – Néhány szám számtani közepének kiszámítása. – Valószínűségi játékok és kísérletek végzése, az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése. |
|---|--|

6. évfolyam

A nyolcosztályos gimnáziumok matematika kerettanterve az egyes témaköröket az általános iskolában a szokásosnál mélyebben tárgyalja, néhány ismerettel korábban foglalkozik. Ugyanakkor a fogalmak kialakítására, megerősítésére ebben az iskolatípusban is különös gondot fordítunk, kellő időt szánunk, a későbbi években sok témára magasabb szinten visszatérünk. Az erre az életkorra jellemző érdeklődést, kíváncsiságot, játékosságot felhasználjuk a megismerési, tanulási folyamatban. Gyakran indulunk ki konkrét tevékenységekből, a tapasztalatok elemzéséből, játékból.

A 6. évfolyam fontos feladata a biztos számolási készség kialakítása. Számolunk fejben és írásban az egész számok és a racionális számok halmazán, a megszerzett tudást alkalmazzuk a mindennapi életben. Szöveges feladatokat oldunk meg, a hétköznapi és gyakorlati problémákat megfogalmazzuk a matematika nyelvén. A várható eredményekre becsléseket adunk, megoldásunkat ellenőrzünk. A geometria témakörben méréseket, szerkesztéseket végzünk, egyszerű síkbeli és térbeli alakzatokat ismerünk meg. A konkrét tárgyak vizsgálata a térszemlélet fejlesztését jelenti, amely része az esztétikai nevelésnek is. A geometriai transzformációk megismeréséhez tevékenységeken keresztül jutunk el.

A matematikai gondolkodásmódot fel kell használni a problémamegoldások során. Ehhez szükséges megfelelő szemléltető ábrákat, diagramokat, grafikonokat készíteni, ilyeneket értelmezni, elemezni és felhasználni; halmazokat jellemezni, szabályszerűségeket észrevenni, általánosító sejtéseket, állításokat megfogalmazni, igazságtartalmukat vizsgálni.

Az érvelés, a cáfolás, a vitakészség, a helyes kommunikáció fejlesztése folyamatos feladatunk. Ehhez szükséges másokkal problémamegoldásban együttműködni, gondolatainkat, a megismert fogalmakat rendszerezni. A modellalkotás fontos eszköz, amely segítséget nyújt a problémák megoldásában. Fontos, hogy a tanulók a modellalkotásaik során a megértett és megtanult fogalmakat és eljárásokat fel tudják használni és a modelljeikbe szervesen be tudják építeni. Szükséges, hogy problémahelyzetet leíró szöveg alapján a probléma lényegét felismerjék, majd annak megfelelő, a probléma megoldását elősegítő modelleket alkossanak. Fokozatosan fejlesztjük a matematikai szaknyelv és jelölésrendszer használatát, alkalmazását.

Az értékelés változatos módszereit alkalmazzuk. Ebben az életkorban a legkisebb teljesítményt is észrevesszük, a szóbeli dicséret ösztönző erejére is építünk.

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika | Órakeret 2 óra + foly. |
|---|--|---------------------------------------|
| Előzetes tudás | Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba. A változás értelmezése egyszerű matematikai tartalmú szövegben. Több, kevesebb, ugyanannyi fogalma. Állítások igazságtartalmának vizsgálata. Néhány elem sorba rendezése, az összes eset megtalálása (próbálgatással). | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Elemek halmazba rendezése több szempont szerint – hétköznapi életből vett példák, illetve matematikai tulajdonságok alapján. A halmazba tartozó és a halmazba nem tartozó elemek vizsgálata – halmaz, alaphalmaz, részhalmaz. Adatok elhelyezése halmazábrában. Állítások megfogalmazása, igazságtartalmának eldöntése. Néhány elem sorba rendezése, kiválasztása – módszeres próbálgatással. | |

| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
|--|--|---------------------|
| <p>1.4. Halmazok Halmazok megadása, részhalmaz, komplementer halmaz. Halmazok uniója, metszete. Üres halmaz, egyenlő halmazok. Adott tulajdonság alapján elemeket csoportba foglalunk: példák a mindennapi életből és a számhalmazok területéről. Halmazok megadása elemek felsorolásával. Halmazábra használata. Adott véges halmaz részhalmazainak a felírása. Halmazműveletek elvégzése véges halmazokon.</p> | <p><i>Informatika:</i> könyvtárszerkezet a számítógépen.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tárgyak kiválasztása.</p> | |
| <p>1.5. Matematikai logika Logikai állítások. Igaz, hamis állítás. És; vagy. Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről. Definíciók megértése, alkalmazása. Állítások igazságtartalmának eldöntése. Vitakultúra fejlesztése.</p> | <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> Tanuljunk érvelni!</p> | |
| <p>1.6. Kombinatorika Sorba rendezések. Kiválasztások. Néhány elem sorba rendezése. Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint.</p> | | |
| <p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p> | <p>Halmaz, számhalmaz, elem, részhalmaz, unió, metszet, IGAZ, HAMIS, ÉS, VAGY.</p> | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számelmélet, algebra 2.2. Egész számok | Órakeret 10 óra |
|--|---|--|
| Előzetes tudás | Egész számok, helyük a számegyenesen, nagyság szerinti összehasonlításuk, ellentett és abszolút érték fogalma. Műveletek az egész számok körében. Derékszögű koordináta-rendszer. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Műveletvégzés elmélyítése az egész számok halmazán. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata, zárójelfelbontás. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>A negatív szám. Ellentétes mennyiségek ismerete. Egy szám ellentettje, abszolútértéke. Egész számok a számegyenesen. A számegyenest segédeszközként használjuk a fogalmak megértésére, a szükséges absztrakció érdekében.</p> | | <p><i>Természetismeret:</i> hőmérséklet, időjárás-jelentés, tengerszint feletti magasság.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> időszámítás – i.e.</p> |

| | |
|--|---|
| <p>Egész számok műveleteinek elmélyítése. A műveletek elvégzése előtt a várható eredmény, és előjelének becslése. A kivonás átírható összeadásra. Többtagú kifejezések összevonása. Zárójelek használata, műveleti sorrend. Számítógép használata: gyakorlás a digitális tudásbázis segítségével.</p> | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Negatív szám, előjel, ellentett, abszolút érték |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számelmélet, algebra 2.3. Törtek, tizedestörtek, racionális számok | Órakeret 20 óra |
|--|---|---|
| Előzetes tudás | Pozitív törtszám fogalmának ismerete, helyük a számegyenesen, törtekkel végzett műveletek (összeadás, kivonás, szorzás, osztás természetes számmal) | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A törtek elmélyítése. Törtek többféle alakjának ismerete. Műveletvégzés a törtszámok körében. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| A törtek előzetes ismereteinek elmélyítése Negatív törtek, törtek ábrázolása a számegyenesen, összehasonlításuk | | <i>Ének-zene:</i> a hangjegyek értékének és a törtszámoknak a kapcsolata. |
| Törtek összeadása, kivonása. Közös nevező keresése. Törtek szorzása. A reciprok fogalma. Törtek osztása. Tört szorzása, osztása egész számmal, törtszámmal. Számolási készség fejlesztése. Az ellenőrzés igénye, a becslés képességének fejlesztése. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata, műveleti sorrend. | | |
| Tizedes törtek összeadása, kivonása, számolás negatív tizedes törtekkel is. Szorzás tizedes törttel. Osztás tizedes törttel. Racionális számok. Véges, végtelen szakaszos tizedes törtek előállítását osztással. Két egész szám hányadosaként felírható számok. | | <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> statisztikai adatok. |
| Mérés, mértékegységek. Hosszúság, tömeg, idő mérése, mértékegységek. Mérések elvégzése csoportmunkában, együttműködés a társakkal. | | <i>Természetismeret:</i> mérés, mértékegységek. |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Tört, számláló, nevező, közös nevező, reciprok, tizedes tört, közösleges tört, véges és végtelen szakaszos tizedes tört, racionális szám, egyszerűsítés, bővítés. | |

| | | |
|--|---|--|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számelmélet, algebra 2.4. Osztathóság | Órakeret 10 óra |
| Előzetes tudás | Osztás, osztó, maradékos osztás. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Az osztó, többszörös fogalmának elmélyítése. Számolási készség fejlesztése. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>Osztó, többszörös. Osztók meghatározása, osztópárok, valódi osztók. Osztók, többszörösök halmaza – halmazábra készítése. Táblázat, grafikon az osztók számáról. Prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás. <i>Matematikatörténet:</i> Eratoszthenész szitája. Osztathósági szabályok. 2-vel, 4-gyel, 8-cal, 5-tel, 25-tel, 125-tel, 10-zel, 100-zal való osztathóság eldöntése a szám végződése alapján. 3-mal, 9-cel való osztathóság eldöntése a számjegyek összege alapján.</p> | | <i>Természetismeret:</i> ciklusok a természetben. |
| <p>Közös osztók. Közös többszörösök. Közös osztók, közös többszörösök meghatározása konkrét számok esetén. A tanult ismeretek alkalmazása törtek egyszerűsítésére, bővítésére.</p> | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Osztó, prímszám, összetett szám. Közös osztó, közös többszörös. | |

| | | |
|---|--|----------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számelmélet, algebra 2.4. Arányos következtetések, egyenletek, egyenlőtlenségek | Órakeret 20 óra |
| Előzetes tudás | <p>Egyszerű szöveges feladatok megoldása: a szöveg értelmezése, adatok kigyűjtése, megoldási terv készítése, becslés, ellenőrzés, az eredmény realitásának vizsgálata. Jelek, szimbólumok használata összefüggések leírására, az ismeretlen szimbólum kiszámítása.</p> | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | <p>Arányos következtetések. Egyenes és fordított arányosság felismerése. Törtrész, százalékkérték meghatározása. Betűk használata összefüggések leírására. Egyszerű egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása: próbálgatás, következtetés, lebontogatás, mérlegelv - ismerkedés a megoldási módszerekkel. Szövegértés fejlesztése – szöveges feladatok.</p> | |

| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
|---|---|--|
| <p>Két szám aránya. Az arány fogalma – mindennapi életből vett példákon keresztül.</p> <p>Arányos osztás. Szöveges feladatok mennyiségek adott arányban való felosztására.</p> <p>Egyenes arányosság. Fordított arányosság. Táblázatok, grafikonok elemzése arányosság szempontjából.</p> | | <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> vásárlás, takarékoság.</p> <p><i>Természetismeret:</i> változások a környezetünkben; táblázatok, grafikonok.</p> |
| <p>Törtész. A törtész kiszámítása következtetéssel és törtek használatával. Az egészész meghatározása.</p> <p>Százalékszámítás: Százalékérték, százalékalap, százalékláb. Százalékszámítás arányos következtetéssel.</p> | | <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> áremelkedés, árengedmény, családi gazdálkodás, takarékoság.</p> |
| <p>Egyenlet, azonosság, egyenlőtlenség. Alaphalmaz, megoldás, ellenőrzés. Mérlegelv. Az összefüggések megértése. Alaphalmaz felismerése. Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása próbálgatással, lebontogatóssal, következtetéssel, mérlegelvvel. A megoldás ábrázolása számegyenesen. Szövegértés, a nyelv logikai elemeinek helyes használata. A kapott eredmény értékelése, ellenőrzése.</p> | | |
| <p>Szöveges feladatok. Adatok meghatározása, terv készítése, beclés, egyenlet, megoldás, válasz, ellenőrzés. Az ismeretlen mennyiség jelölésére kezdetben jelet, majd betűt használhatunk. A megoldást segítése ábrával. Önellenőrzés igénye és képessége.</p> | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Arány, arányos osztás, egyenes arányosság, fordított arányosság, törtész, százalék, egyenlet, azonosság, egyenlőtlenség, alaphalmaz, megoldás, mérlegelv. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 3. Sorozatok, függvények | Órakeret 1 óra |
|--------------------------------------|---|-------------------|
| Előzetes tudás | <p>Szabályfelismerés, szabálykövetés. Növekvő és csökkenő számsorozatok.</p> <p>Összefüggések keresése az egyszerű sorozatok elemei között. A szabály megfogalmazása egyszerű formában, a hiányzó elemek pótlása. Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése. Táblázat adatainak értelmezése.</p> | |

| | | |
|--|---|--|
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A koordináta-rendszer biztonságos használata. Függvényszemlélet előkészítése. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| Egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben. | | <i>Technika, életvitel, gyakorlat:</i> osztálynévsor, tornasor. |
| Kulcsfogalmak/fogalmak | Egyenes arányosság, grafikon. | |

| | | | |
|--|--|--|---------------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 4. Geometria 4.1. Geometriai alapfogalmak | | Órakeret 4 óra |
| Előzetes tudás | Pont, egyenes, görbe vonalak szemléletes fogalma. Párhuzamos és metsző egyenesek. Háromszög, négyzet, téglalap, sokszög felismerése, jellemzőik, előállításuk másolással, hajtogatással, nyírással. Körvonal és körlap. Kocka, téglatest, gömb felismerése a mindennapi életben. | | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Tételek fogalmának elmélyítése. Távolság meghatározása. Körző, vonalzó, szögmérő használata, szerkesztés. Esztétikai érzék fejlesztése. Sokszögek belső és külső szögeinek mérése, szögek összegének meghatározása. | | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok | |
| Szögmásolás, szögfelezés. Nevezetes szögek szerkesztése. | | <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> vízszintező, mérőn. | |
| Háromszögek: csúcs, belső szög, külső szög. A háromszög belső és külső szögeinek összege. Háromszögek szögeinek meghatározása méréssel. Hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű háromszög. Egyenlőszárú háromszög, egyenlő oldalú háromszög. Háromszögek szerkesztése. Háromszög-egyenlőtlenség. | | <i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata. | |

| | | |
|---|---|---|
| Sokszögek. Speciális négyszögek ismerete: négyzet, téglalap, trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, rombusz, deltoid. A sokszög belső és külső szögeinek összege. | | |
| Kör. Sugár, átmérő, húr, szelő, érintő. Körív, körcikk, körszelet. | | <i>Hon- és népismeret:</i> népművészeti motívumok. |
| Kulcsfogalmak/fogalmak | Pont, félegyenes, szakasz, sík, síkidom, sokszög, test, csúcs, él, lap. Merőlegesség (egyenesek), párhuzamosság (egyenesek). Húr, szelő, érintő, körszelet. Trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, rombusz, deltoid. Hegyesszögű háromszög, derékszögű háromszög, tompaszögű háromszög. | |

| | | |
|---|---|----------------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 4. Geometria 4.2. Adott tulajdonságú ponthalmazok | Órakeret 15 óra |
| Előzetes tudás | A távolság fogalma. Körvonal, körlap. Párhuzamos és merőleges egyenesek rajzolása. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Szakaszfelező merőleges, szögfelező szerkesztése. Háromszög beírt és köré írt körének szerkesztése. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| Távolsággal jellemzett ponthalmazok: – adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben (kör és gömb); – két térelemtől egyenlő távol lévő pontok halmaza a síkban és térben (szakaszfelező merőleges, szögfelező). | | |
| Szerkesztési feladatok: a háromszög oldalfelező merőlegesei, szögfelezői, köré írható köre, beírható köre. Az állítások megsejtése, kimondása szerkesztési tapasztalatok alapján. | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Kör, gömb, szakaszfelező merőleges, szögfelező, körülírt kör, beírt kör. | |

| | | |
|--|--|--|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 4. Geometria 4.3. Tengelyes tükrözés | Órakeret 15 óra |
| Előzetes tudás | Tükrös alakzatok és tengelyes szimmetria előállítása hajtogatással, nyírással, rajzzal, színezéssel. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Szimmetria felismerése a természetben, építészetben, művészetben. A tengelyes tükrözés végrehajtása. Szerkesztés. Alakzatok csoportosítása tengelyes szimmetria szempontjából. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| A síktükör képalkotása. A tengelyes tükrözés. Szimmetrikus ábrák, alakzatok készítése. A tükörkép szerkesztése. Tükrözés körzővel, vonalzóval. Tükrözés koordináta-rendszerben. A tengelyes tükrözés tulajdonságai. Pont, egyenes, szög, háromszög, kör képe, irányításváltás. | | <i>Vizuális kultúra:</i> szimmetria a természetben, képzőművészetben, építészetben. <i>Természetismeret:</i> a síktükör. |

| | |
|--|--|
| <p>Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése, tulajdonságainak megfogalmazása a szemlélet alapján.</p> <p>Kör.</p> <p>Egyenlő szárú és egyenlő oldalú háromszögek, tulajdonságai. Szerkesztési feladatok az egyenlőszárú háromszög tulajdonságai alapján.</p> <p>Tengelyesen szimmetrikus négyszögek: deltoid, rombusz, húrtrapéz, téglalap, négyzet.</p> <p>A kapcsolatok szemléltetése halmazábrával.</p> <p>Szabályos sokszögek.</p> | |
| <p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p> | <p>Tengelyes tükrözés, szimmetria, egyenlő szárú háromszög, egyenlő oldalú háromszög, deltoid, rombusz, húrtrapéz.</p> |

| | |
|--|--|
| <p>A fejlesztés várt eredményei a 6. évfolyam végén</p> | <p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazok megadása adott tulajdonság alapján. – Részhalmaz alkotása. – Két véges halmaz uniójának, metszetének megkeresése. – Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről, állítások igazságtartalmának eldöntése. – Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. – Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel. <p><i>Számelmélet és algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A természetes számok halmaza, a tízes számrendszer ismerete, számok írása olvasása, összehasonlítása. – Műveletek elvégzése, ellenőrzés, műveleti sorrend ismerete, zárójelek alkalmazása. – Egész számok, negatív számok ismerete, ellentett, abszolútérték meghatározása. – Törtszám, racionális szám fogalmának ismerete, törtekkel végzett műveletek elvégzése. – Számegyenes használata, koordináta-rendszer ismerete. – Mérés a gyakorlatban; mértékegységek (hosszúság, terület, űrtartalom, tömeg, idő), mérőeszközök használata; becslés. – Osztó, közös osztók, többszörös, közös többszörösök keresése, prímszám, összetett szám ismerete. Oszthatósági szabályok megfigyelése. – A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel. – A százalék fogalmának megismerése, egyszerű számítási feladatok elvégzése. – Egyszerű egyenletek, egyenlőtlenségek használata. – Egyszerű szöveges feladatok megoldása. <p><i>Sorozatok, függvények</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. – Egyszerű grafikonok értelmezése. |
|--|--|

Geometria

- Térelemek felismerése környezetünk tárgyain, pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány.
- Szerkesztések elvégzése, körző, vonalzó használata. Szakasz másolása, szög másolása, szakaszfelezés, szögfelezés, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése.
- Háromszögek, négyszögek, sokszögek.
- Kerület és terület mérése, mértékegységeinek ismerete, átváltása.
- Téglatest felszínének, térfogatának számítása.
- Szakaszfelező merőlegesek, szögfelezők szerkesztése.
- Tengelyes tükrözés végzése, tengelyes szimmetria tulajdonságainak ismerete.

Statisztika, valószínűség

- Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása.
- Néhány szám számtani közepének kiszámítása.
- Valószínűségi játékok és kísérletek végzése, az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése.

7. évfolyam

A nyolcosztályos gimnázium második szakaszában is a matematikai problémák megközelítése során a konkrét tapasztalatszerzésből indulunk ki. Ugyanakkor a gyerekek fokozatosan képessé válnak elvonatkoztatásra, absztrakcióra. Erre alapozva bátrabban fogalmazhatunk meg definíciókat, már hangsúlyt helyezhetünk arra, hogy a megsejtett összefüggések bizonyításának igénye is kialakuljon.

Tizenhárom éves kortól a tanulók mindinkább általánosító elképzelésekben, elvont konstrukciókban gondolkoznak. Elméleteket gyártanak, összefüggéseket keresnek, próbálják értelmezni a világot. Az iskolai tanítás csak akkor lehet eredményes, ha alkalmazkodik ezekhez a változásokhoz, illetve igyekszik azokat felhasználva fejleszteni a tanulókat. A matematika kiválóan alkalmas arra, hogy a rendszerező képességet és hajlamot fejlessze. Ebben az évfolyamban mind inkább szükséges matematikai szövegeket értelmezni és alkotni. Segítsük, hogy a tanulók a problémamegoldásaik részeként többféle forrásból legyenek képesek ismereteket szerezni.

Ebben a korban a tanításban már meg kell jelennie az elvonatkoztatás és az absztrakciós készség felhasználásának, fejlesztésének. A matematika tanításában itt jelenik meg a konkrét számok betűkkel való helyettesítése, a tapasztalatok általános megfogalmazása. Algebrai kifejezéseket használunk, egyenleteket oldunk meg. A változó mennyiségek közötti kapcsolatok vizsgálata a függvényfogalomhoz vezet el, grafikonokat rajzolunk. Ezen az évfolyamon már komoly hangsúlyt kell helyezni arra, hogy a megsejtett összefüggések bizonyításának igénye is kialakuljon. A mindennapi élet és a matematika (korosztálynak megfelelő) állításainak igaz vagy hamis voltát el kell tudni dönteni. A feladatok megoldása során fokozatosan kialakul az adatok, feltételek adott feladat megoldásához való szükségessége és elégségessége eldöntésének képessége. A tanítás része, hogy a feladatmegoldás előtt mind gyakrabban tervek, vázlatok készüljenek, majd ezek közül válasszuk ki a legjobbat. Esetenként járjunk be több utat a megoldás során, és ennek alapján gondoljuk végig, hogy létezik-e legjobb út, vagy ennek eldöntése csak bizonyos szempontok rögzítése esetén lehetséges. A feladatmegoldások során lehetőséget kell teremteni arra, hogy esetenként a terveket és a munka szervezését a feladatmegoldás közben a tapasztalatoknak megfelelően módosítani lehessen. Egyes feladatok esetén szükséges általánosabb eljárási módokat, algoritmusokat keresni.

Kis abszolút értékű egész és tört számok esetében számoljunk fejben is. A geometriai transzformációk vizsgálata a természetben, építészetben megtalálható szimmetriát magyarázza. A geometriai szerkesztések megértését számítógépes szoftver használatával tehetjük érdekesebbé, érthetőbbé. Testek felszínét, térfogatát meghatározzuk, ezzel javítjuk, fejlesztjük a gyerekek térszemléletét. Változatos módszerekkel oldunk meg kombinatorikai feladatokat. Statisztikai adatokat vizsgálunk, egyszerű valószínűségi kísérleteket végzünk. Az esetek szisztematikus összeszámolása tervszerűsége nevelés, egyben erősíti a rendszerező képességet. Figyelhetünk a célszerű stratégia kiválasztására. A sejtések, hibák megbeszélése az érvelés kultúráját alakítja.

A matematika egyes területei más-más módon adnak lehetőséget ebben az életkorban az egyes kompetenciák fejlesztésére. A különböző matematikatanítási módszerek minden tananyagrészen segíthetik a megfelelő önismeret, a helyes énkép kialakítását.

A tananyaghoz kapcsolódó matematikatörténeti érdekességek hozzásegítenek az egyetemes kultúra, a magyar tudománytörténet megismeréséhez. A gyakorlati élethez kapcsolódó szöveges feladatok segítik a gazdasági nevelést, a környezettudatos életvitelt, az egészséges életmód kialakítását. A definíciók megtanulása fejleszti a memóriát, a szaknyelv precíz használatára ösztönöz. A geometriai ismeretek elsajátítása közben a tanulók térszemlélete fejlődik, megtanulják az esztétikus, pontos munkavégzést. A halmazszemlélet alakítása és fejlesztése a rendszerező képességet erősíti.

Az érdeklődés specializálódása természetes dolog. Akinél ez a reál tárgyak felé fordul, ott igényes feladatanyaggal, kiegészítő ismeretekkel kell elérni, hogy az ilyen irányú

továbbtanuláshoz szükséges alapok kialakuljanak, az érdeklődés fennmaradjon. Akinél a matematika, illetve a reál tárgyak iránti érdeklődés csökken, ott egyrészt sok érdeklődést felkeltő elemmel: matematikatörténeti vonatkozással, játékokkal, érdekes feladatokkal lehet ezt az érdeklődést visszaszerezni, másrészt célszerű sok olyan feladatot beiktatni, amelyek jól mutatják, hogy az életben sokszor előnybe kerülhetnek, jobb döntést hozhatnak azok, akik jól tudják a matematikát.

| | | |
|--|---|--|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok | Órakeret 6 óra + foly. |
| Előzetes tudás | Halmaz megadása, részhalmaz, egyesítés, metszet, halmazábra. Logikai állítások – igaz, hamis állítások. Néhány elem sorba rendezése, kiválasztása. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A halmazszemlélet fejlesztése, halmazműveletek alkalmazása. A hétköznapi beszédben használt logikai elemek felismerése, helyes használata. Szövegértés, gondolataink lefordítása a matematika nyelvére. Kombinatorikus gondolkodás fejlesztése, tapasztalatszerzés. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>1.1. Halmazok Két halmaz különbsége. Komplementer halmaz. Csoportosítás, válogatás különböző szempontok szerint. Számhalmazok és ponthalmazok használata, a halmazműveletek alkalmazása. <i>Matematikatörténet:</i> Cantor – ismeretek gyűjtése könyvtárból, internetről.</p> | | <i>Informatika:</i> információgyűjtés. |
| <p>1.2. Matematikai logika. Logikai állítások és azok tagadása. Van olyan, létezik... Állítás és tagadás a hétköznapi szóhasználatban. Definíció, tétel kimondása. A bizonyítás igénye és módszerei a matematikában. A lényeges és lényegtelen megkülönböztetése. Kulturált érvelés a csoportmunkában. A gondolatok pontos szóbeli és írásbeli megfogalmazása.</p> | | <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> kommunikációs helyzetek; szövegalkotás. |
| <p>1.3. Kombinatorika. Sorbarendezési feladatok. Kiválasztási feladatok. Szemléltetés gráfokkal. A korábban megismert módszerek, stratégiák alkalmazása: szisztematikus próbálkozás, esetek rendszerezése gráffal is. Hatványok használata az eredmény leírására.</p> | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Két halmaz különbsége, komplementer halmaz, gráf. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számelmélet, algebra 2.1 Racionális számok | Órakeret 10 óra |
|--|---|--|
| Előzetes tudás | Számhalmazok: természetes, egész, racionális – négy alpművelet elvégzése ezeken a halmazokon. Számegyenes használata. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal, a számok értelmezése a valóság mennyiségeivel. A számfogalom elmélyítése. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>Műveletek racionális számokkal.</p> <p>A negatív szám és a racionális szám fogalmának elmélyítése.</p> <p>Összevonás gyakorlása a racionális számok halmazában.</p> <p>Szorzás és osztás gyakorlása a racionális számok halmazában.</p> <p>A zárójelek használata, műveletek sorrendje.</p> <p>Műveletek tulajdonságainak felismerése és alkalmazása.</p> | | |
| <p>Hatványozás.</p> <p>A hatvány jelölése: alap, kitevő, hatványérték.</p> <p>Hatványozás azonosságai.</p> <p>Számolás 2, 3, 5, 10 hatványaival – a hatványozás azonosságainak „felfedezése”.</p> <p>Azonos alapú hatványok szorzata, hányadosa.</p> <p>Szorzat, hányados hatványozása.</p> <p>Hatvány hatványozása.</p> <p>A 0 és negatív egész kitevőjű hatvány.</p> <p>Számok normálalakja.</p> <p>Nagy és kis számok írása.</p> <p>Kerekítés, pontosság.</p> <p>A mennyiségek nagyságrendjének becslése.</p> | | <p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz: a tér, az anyagmennyiség, az idő mértéke normálalakban.</i></p> |
| <p>Számok négyzete, négyzetgyöke.</p> <p>Négyzetgyök meghatározása számológéppel.</p> <p>Pitagorasz tétele, $\sqrt{2}$ szerkesztése.</p> <p>Racionális számok tizedestört alakja.</p> <p>Létezik nem racionális szám is.</p> <p>Vannak végtelen nem szakaszos tizedestörtek is.</p> <p>A $\sqrt{2}$, a π irracionális.</p> <p>Valós számok elhelyezése a számegyenesen.</p> <p>Néhány irracionális szám pontos helyének megszerkesztése a számegyenesen.</p> | | |
| <p>Arány, arányosság.</p> <p>Százalékszámítás.</p> <p>Feladatmegoldás: a korábban tanult módszerek elmélyítése.</p> | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Racionális szám, hatványalap, kitevő, normálalak, négyzetgyök, arány, százalék. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számelmélet, algebra 2.2. Oszthatóság | Órakeret 12 óra |
|--|--|---|
| Előzetes tudás | Osztó, többszörös felismerése, meghatározása. Oszthatósági szabályok. Prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás. Közös osztók, közös többszörösök felismerése kis számok esetében, alkalmazásuk törttekkel végzett műveletekben. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Periodikus jelenségek megfigyelése. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös magadása hatványok segítségével. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| Osztó, többszörös. Oszthatósági szabályok. Számolás a maradékokkal. Összetett oszthatósági szabályok: pl. 6-tal, 12-vel. | | <i>Fizika; vizuális kultúra:</i> periodikusan ismétlődő jelenségek, minták. |
| Prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás. A prímtényező felbontást hatványok segítségével adjuk meg. Számelméleti alapú játékok. Tökéletes szám. <i>Matematikatörténet:</i> Mersenne, Euler, Fermat munkássága. Érdekességek a prímszámok köréből (végtelen sok prímszám van, ikerprímsejtés, barátságos számok fogalma és története). Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, relatív prímelek. A legnagyobb közös osztó, a legkisebb közös többszörös meghatározása. Felhasználás törték egyszerűsítése, törték bővítése során. | | |
| Számrendszerek. A hatványjelölés használata a helyiértékes felírásban. | | <i>Informatika:</i> 2-es számrendszer. |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Osztó, maradék, többszörös, prímszám, összetett szám, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, relatív prím, számrendszer. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számelmélet, algebra 2.3. Algebrai kifejezések | Órakeret 10 óra |
|---|--|---|
| Előzetes tudás | Jelek, szimbólumok és betűk használata a beszédben és a matematikai szövegekben található összefüggések leírására. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Szövegértés fejlesztése, betűk, képletek használata. A műveleti tulajdonságok alkalmazása algebrai kifejezésekre. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| Algebrai kifejezések: változó, együttható. Helyettesítési érték. Algebrai egész- és törtkifejezések. Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel – példák a hétköznapi életből és a matematika területéről. Képletek értelmezése. | | <i>Fizika:</i> definíciók, kölcsönhatások, változások megfogalmazása képletek segítségével. |

| | |
|---|---|
| <p>Egynemű, különmemű algebrai kifejezések. Egynemű kifejezések összevonása. Változók, együtthatók felismerése. <i>Matematikatörténet:</i> az algebra kezdetei, az arab matematika. Kutatómunka könyvtár, internet használatával.</p> | |
| <p>Műveletek többtagú egész algebrai kifejezésekkel. Többtagú kifejezés szorzása egytagú kifejezésekkel - zárójelfelbontás, előjelszabályok. Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel, osztása egytagú kifejezéssel.</p> | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Változó, együttható, helyettesítési érték, egynemű kifejezés, összevonás, zárójelfelbontás, kiemelés. |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számelmélet, algebra 2.4. Egyenletek, egyenlőtlenségek | Órakeret 15 óra |
|---|---|---|
| Előzetes tudás | Egyszerű egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. A megoldás ábrázolása számegegyenesen. A módszerek alkalmazása egyszerű szöveges feladatokban. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A probléma megfogalmazása a matematika nyelvén. Az alaphalmaz megadása. Algebrai átalakítások használata a megoldás során. Ábra, rajz, táblázat alkalmazása az összefüggések szemléltetésére. Az ellenőrzés és becslés igénye - önellenőrzés fejlesztése. | |
| Ismeretek és fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek algebrai megoldása. Azonosság. Azonos egyenlőtlenség. Egyenletmegoldás grafikusan.</p> | | <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Szövegértés, a nyelv logikai elemeinek helyes használata. A kapott eredmény értékelése. |
| <p>Szöveges feladatok. Számok, mennyiségek közötti összefüggések felírása egyenlettel, egyenlőtlenséggel. A megoldás folyamata: adatok lejegyzése, megoldási terv, becslés, ellenőrzés. Pénzügyi ismeretek: áremelkedés, árengedmény, kamat.</p> | | <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> gyakori szövegtípusok megértési stratégiái. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> hitel, betét, kamat, tőke.</p> |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Egyenlet, változó, egyenlőtlenség, azonosság, mérlegelv. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 3. Függvény, sorozat | Órakeret 10 óra |
|---|--|---|
| Előzetes tudás | Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Egyszerű grafikonok értelmezése, egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben. Egyenesen arányos mennyiségek. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Függvények megadása, jellemzése. A mindennapi életből vett kapcsolatok leírása függvényekkel. Néhány függvénytípus megfigyelése, használata. Függvények ábrázolása értéktáblázat használatával. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| Hozzárendelés megadása. Táblázat, grafikon használata. Példák egyértelmű, többértelmű hozzárendelésekre. Függvények értelmezése. Az alapfogalmak felismerése, alkalmazása gyakorlati problémákban. Függvényvizsgálat (értékkészlet, zérushely, monotonitás, szélsőérték). Grafikonról való leolvasás. | | |
| Az egyenes arányosság és grafikonja. Lineáris függvény: – elsőfokú függvény, – nulladfokú függvény, A lineáris függvény meredeksége. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedeztetése. | | <i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos mennyiségek. |
| Az abszolútérték-függvény: $x \mapsto x $. A másodfokú függvény: $x \mapsto x^2$. Számítógép használata függvények ábrázolására. | | |
| Sorozatok vizsgálata. A sorozat mint speciális függvény. Sorozatok készítése, vizsgálata. A számtani sorozat. A számtani sorozat megadása az első taggal és a differenciával. Az első n tag összegének kiszámítása Gauss-módszerrel. | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Függvény, értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, egyenes arányosság sorozat, számtani sorozat, differencia. Függvénytranszformáció, lineáris függvény, elsőfokú függvény, nulladfokú függvény. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 4. Geometria 4.1. Geometriai transzformációk | Órakeret 10 óra |
|--------------------------------------|--|--------------------|
| Előzetes tudás | Tengelyes tükrözés. tengelyesen szimmetrikus alakzatok, háromszögek, négyszögek, szabályos sokszögek, kör. Szimmetrikus ábrák rajzolása, szerkesztése, szimmetrikus alakzatok építése. | |

| | | |
|---|---|---|
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Geometriai transzformációk megadása és elvégzése változatos szabállyal. A transzformációk tulajdonságainak felismerése. Egybevágóság és hasonlóság felismerése környezetünkben, esztétikai érzék fejlesztése. | |
| Ismeretek és fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>Pont-pont függvények. Egybevágósági transzformációk szerkesztése:</p> <ul style="list-style-type: none"> - tengelyes tükrözés; - középpontos tükrözés. <p>A transzformációk elvégzése körzővel, vonalzóval. A transzformációk tulajdonságainak felismerése. Távolságtartás, szögtartás, alakzat és képének irányítása.</p> | | <i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram. |
| <p>Párhuzamos szárú szögek:</p> <ul style="list-style-type: none"> – egyállású szögek. – társszögek. – mellékszögek. <p>Fordított állású szögek:</p> <ul style="list-style-type: none"> – csúcshszögek. – váltószögek. <p>Merőleges szárú szögek. A szögpárok felismerése. Szögmérés gyakorlása.</p> | | |
| <p>Az egybevágóság szemléletes fogalma. A háromszögek egybevágóságának vizsgálata, alapesetek. Egybevágóságon alapuló számítási, szerkesztési feladatok <i>Matematikatörténet:</i> Eukleidész – Elemek; Bolyai Farkas, Bolyai János.</p> | | |
| <p>Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Középpontosan szimmetrikus alakzatok. Szimmetrián alapuló játékok. Szimmetrikus alakzatok felismerése, szerkesztése. Szimmetrikus alakzatok, sokszögek csoportosítása, halmazábra készítése.</p> | | <i>Vizuális kultúra:</i> díszítőminták. |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Geometriai transzformáció, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, egyállású szög, váltószög, csúcshszög, egybevágóság. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 4. Geometria 4.2. Síkgeometria | Órakeret 13 óra |
|---|--|----------------------------|
| Előzetes tudás | Tételek, illeszkedésük, szögük. A háromszög belső és külső szögeinek összege. Háromszög-egyenlőtlenség. Sokszögek, csúcs, oldal, átlók, belső és külső szögek. Geometriai szerkesztés, körző, vonalzó, szögmérő használata. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Négyzetek csoportosítása különböző szempontok alapján. Az igény felkeltése az állítások megsejtésére, megfogalmazására, bizonyítására. Számítási feladatok elvégzése a geometria területéről – a lépések átgondolása, megtervezése. Kör és részeinek vizsgálata. | |

| Ismeretek/fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|--|--|
| <p>Háromszögek nevezetes vonalai, pontjai, körei. Oldalfelező merőlegesek – a háromszög köré írható kör. Szögfelezők – a háromszög beírható köre. Magasságok – magasságpont. Súlyvonalak – súlypont. Középvonalak. Speciális négyszögek definíciója, tulajdonságai, nevezetes vonalai, szerkesztése. Paralelogramma, rombusz, trapéz, húrtrapéz, deltoid. Sokszögek. Belső és külső szögek összege. Átlók száma.</p> | <p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztő program használata.</p> |
| <p>Mérés. Mértékegységek. Hosszúság, terület, idő, űrtartalom mérése. Mértékegységek átváltásának gyakorlása.</p> | |
| <p>Sokszögek kerülete, területe. A háromszög, paralelogramma, rombusz, trapéz, deltoid kerülete, területe.</p> | |
| <p>A kör és részei. A kör kerülete, területe. A kerület közelítése méréssel. A terület közelítése átdarabolással. Körív hossza. Körcikk területe. Arányossági következtetések.</p> | <p><i>Vizuális kultúra:</i> a kör mint díszítőelem.</p> |
| <p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p> | <p>Szögfelező, oldalfelező merőleges, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, kör, kerület, terület, mértékegység.</p> |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 4. Geometria 4.3. Térgeometria | Órakeret 7 óra |
|--|--|-------------------|
| <p>Előzetes tudás</p> | <p>Tételek, kölcsönös helyzetük. Testek építése szemléltetése, csúcs, él, lap, átló fogalma. Testek felismerése a környezetünkben.</p> | |
| <p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p> | <p>A tételekhez kapcsolódó fogalmak elmélyítése. Egyenes hasáb, henger leírása, jellemzőinek mérése, felszín-, térfogat-számítási problémák megoldása.</p> | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok | |
| <p>Sokszöglapokkal határolt testek. Környezetünk tárgyainak megfigyelése. Egyenes hasáb – alaplappal, oldallappal, alapél, oldalél, magasság, lapátló, testátló. Kocka, négyzetes oszlop, téglatest. Szabályos testek.</p> | | |

| | |
|---|---|
| Felszín, térfogat. Egyenes hasáb hálójája, felszíne, térfogata. Egyenes henger hálójája, felszíne, térfogata. | <i>Vizuális kultúra:</i> építészeti formák. |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Alaplap, oldalél, lapátló, testátló, hasáb, henger. |

| | | |
|--|---|---|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 5. Statisztika, valószínűség | Órakeret 3 óra |
| Előzetes tudás | Adatok gyűjtése. Grafikonok elemzése. Átlag. Valószínűségi játékok. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Adathalmazok elemzése, értelmezése, ábrázolásuk. A valószínűség meghatározása egyszerű esetekben. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| Adatok gyűjtése, elemzése, becslés. Táblázat, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram. Adathalmazok szemléltetése táblázat és diagramok segítségével. A célszerű diagram típusának kiválasztása. Középértékek (számtani közép, módusz, medián) számolása, megállapítása. A középértékek segítségével az adatok elemzése, következtetések levonása. | | <i>Informatika:</i> táblázatos adattárolás, grafikus adatábrázolás. |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Táblázat, diagram, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, középérték, módusz, medián. | |

| | |
|---|--|
| A fejlesztés várt eredményei a 7. évfolyam végén | <p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok (természetes, egész, racionális) ismerete. – Egyszerű állítások igazságtartalmának eldöntése, állítások tagadása. – Egyszerű sorbarendezési, leszámplálási feladatok megoldása. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Az egész számok és a racionális számok fogalmának ismerete, alpműveletek helyes sorrendű elvégzése. – Műveletek egész kitevőjű hatványokkal, a hatványozás azonosságainak használata feladatmegoldásban. Számolás normálalakokkal. – Az egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása matematikai és hétköznapi feladatokban. A mindennapjainkhoz kapcsolódó százalékszámítási feladatok megoldása. – Az oszthatósággal kapcsolatos definíciók ismerete, egyszerű oszthatósági problémák vizsgálata. – Algebrai egész kifejezések összevonása, szorzása. – Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok értelmezése, |
|---|--|

összefüggések lefordítása a matematika nyelvére.

Függvények, az analízis elemei

- A függvény megadása.
- A lineáris függvény ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok néhány jellemzőjének vizsgálata.
- A számtani sorozat felismerése.

Geometria

- Háromszögek szögei és oldalai közötti összefüggések ismerete és alkalmazása. Négyszögek belső és külső szögeire vonatkozó összefüggések ismerete.
- Háromszögek nevezetes vonalainak, pontjainak, köreinek meghatározása, megszerkesztése.
- Háromszögszerkesztések lépéseinek leírása, a szerkesztések elvégzése.
- A tanult egybevágósági transzformációk felismerése, tulajdonságainak ismerete. Egybevágó és hasonló alakzatok felismerése.
- A négyszögek több szempont szerinti összehasonlítása, csoportosítása, tulajdonságainak ismerete. Speciális négyszögek nevezetes vonalainak ismerete.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, meghatározása méréssel, számolással. Mértékegységek ismerete, átváltása.
- Háromszög és négyszög alapú egyenes hasábok, valamint a forgáshenger felismerése, jellemzése, felszínének és térfogatának számítása. Mértékegységek ismerete, átváltása. Térszemlélet fejlődése.

Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása.

8. évfolyam

A nyolcosztályos gimnázium második szakaszában is a matematikai problémák megközelítése során a konkrét tapasztalatszerzésből indulunk ki. Ugyanakkor a gyerekek fokozatosan képessé válnak elvonatkoztatásra, absztrakcióra. Erre alapozva bátrabban fogalmazhatunk meg definíciókat, már hangsúlyt helyezhetünk arra, hogy a megsejtett összefüggések bizonyításának igénye is kialakuljon.

Tizennégy éves kortól a tanulók mindinkább általánosító elképzelésekben, elvont konstrukciókban gondolkoznak. Elméleteket gyártanak, összefüggéseket keresnek, próbálják értelmezni a világot. Az iskolai tanítás csak akkor lehet eredményes, ha alkalmazkodik ezekhez a változásokhoz, illetve igyekszik azokat felhasználva fejleszteni a tanulókat. A matematika kiválóan alkalmas arra, hogy a rendszerező képességet és hajlamot fejlessze. Ebben az évfolyamban mind inkább szükséges matematikai szövegeket értelmezni és alkotni. Segítsük, hogy a tanulók a problémamegoldásaik részeként többféle forrásból legyenek képesek ismereteket szerezni.

Ebben a korban a tanításban már meg kell jelennie az elvonatkoztatás és az absztrakciós készség felhasználásának, fejlesztésének. A matematika tanításában itt jelenik meg a konkrét számok betűkkel való helyettesítése, a tapasztalatok általános megfogalmazása. Algebrai kifejezéseket használunk, egyenleteket oldunk meg. A változó mennyiségek közötti kapcsolatok vizsgálata a függvényfogalomhoz vezet el, grafikonokat rajzolunk. Ezen az évfolyamon már komoly hangsúlyt kell helyezni arra, hogy a megsejtett összefüggések bizonyításának igénye is kialakuljon. A definíciókat és a tételeket mind inkább meg kell tudni különböztetni, azokat helyesen kimondani, problémamegoldásban mind többször alkalmazni. A mindennapi élet és a matematika (korosztálynak megfelelő) állításainak igaz vagy hamis voltát el kell tudni dönteni. A feladatok megoldása során fokozatosan kialakul az adatok, feltételek adott feladat megoldásához való szükségessége és elégségessége eldöntésének képessége. A tanítás része, hogy a feladatmegoldás előtt mind gyakrabban tervek, vázlatok készüljenek, majd ezek közül válasszuk ki a legjobbat. Esetenként járjunk be több utat a megoldás során, és ennek alapján gondoljuk végig, hogy létezik-e legjobb út, vagy ennek eldöntése csak bizonyos szempontok rögzítése esetén lehetséges. A feladatmegoldások során lehetőséget kell teremteni arra, hogy esetenként a terveket és a munka szervezését a feladatmegoldás közben a tapasztalatoknak megfelelően módosítani lehessen. Egyes feladatok esetén szükséges általánosabb eljárási módokat, algoritmusokat keresni.

Kis abszolút értékű egész és tört számok esetében számoljunk fejben is. A zsebszámológép használata akkor jelenjen meg, amikor a tanulók már jól számolnak fejben és írásban. A geometriai transzformációk vizsgálata a természetben, építészetben megtalálható szimmetriát magyarázza. A geometriai szerkesztések megértését számítógépes szoftver használatával tehetjük érdekesebbé, érthetőbbé. Testek felszínét, térfogatát meghatározzuk, ezzel javítjuk, fejlesztjük a gyerekek térszemléletét. Változatos módszerekkel oldunk meg kombinatorikai feladatokat. Statisztikai adatokat vizsgálunk, egyszerű valószínűségi kísérleteket végzünk. Az esetek szisztematikus összeszámolása tervszerűsége nevelés, egyben erősíti a rendszerező képességet. Figyelhetünk a célszerű stratégia kiválasztására. A sejtések, hibák megbeszélése az érvelés kultúráját alakítja.

A matematika egyes területei más-más módon adnak lehetőséget ebben az életkorban az egyes kompetenciák fejlesztésére. A különböző matematikatanítási módszerek minden tananyag részben segíthetik a megfelelő önismeret, a helyes énkép kialakítását.

A tananyaghoz kapcsolódó matematikatörténeti érdekességek hozzásegítenek az egyetemes kultúra, a magyar tudománytörténet megismeréséhez. A gyakorlati élethez kapcsolódó szöveges feladatok segítik a gazdasági nevelést, a környezettudatos életvitelt, az egészséges életmód kialakítását. A definíciók megtanulása fejleszti a memóriát, a szaknyelv precíz használatára ösztönöz. A geometriai ismeretek elsajátítása közben a tanulók térszemlélete fejlődik, megtanulják az esztétikus, pontos munkavégzést. A halmazszemlélet alakítása és fejlesztése a rendszerező képességet erősíti.

Az érdeklődés specializálódása természetes dolog. Akinél ez a reál tárgyak felé fordul, ott igényes feladatanyaggal, kiegészítő ismeretekkel kell elérni, hogy az ilyen irányú továbbtanuláshoz szükséges alapok kialakuljanak, az érdeklődés fennmaradjon. Akinél a matematika, illetve a reál tárgyak iránti érdeklődés csökken, ott egyrészt sok érdeklődést felkeltő elemmel: matematikatörténeti vonatkozással, játékokkal, érdekes feladatokkal lehet ezt az érdeklődést visszaszerezni, másrészt célszerű sok olyan feladatot beiktatni, amelyek jól mutatják, hogy az életben sokszor előnybe kerülhetnek, jobb döntést hozhatnak azok, akik jól tudják a matematikát.

| | | |
|---|---|---------------------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok | Órakeret 6 óra + foly. |
| Előzetes tudás | Halmaz megadása, részhalmaz, egyesítés, metszet, halmazábra. Logikai állítások – igaz, hamis állítások. Néhány elem sorba rendezése, kiválasztása. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A halmazszemlélet fejlesztése, halmazműveletek alkalmazása. A hétköznapi beszédben használt logikai elemek felismerése, helyes használata. Szövegértés, gondolataink lefordítása a matematika nyelvére. Kombinatorikus gondolkodás fejlesztése, tapasztalatszerzés. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| 1.4. Halmazműveletek elmélyítése | <i>Informatika:</i> információgyűjtés. | |
| 1.5. Matematikai logika. Logikai állítások és azok tagadása. Van olyan, létezik... Állítás és tagadás a hétköznapi szóhasználatban. Definíció, tétel kimondása. A bizonyítás igénye és módszerei a matematikában. A lényeges és lényegtelen megkülönböztetése. Kulturált érvelés a csoportmunkában. A gondolatok pontos szóbeli és írásbeli megfogalmazása. | <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> kommunikációs helyzetek; szövegalkotás. | |
| 1.6. Kombinatorika. Sorbarendeési feladatok. Kiválasztási feladatok. Szemléltetés gráfokkal. A korábban megismert módszerek, stratégiák alkalmazása: szisztematikus próbálkozás, esetek rendszerezése gráffal is. Hatványok használata az eredmény leírására. | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Két halmaz különbsége, komplementer halmaz, gráf. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számelmélet, algebra 2.1 Racionális számok | Órakeret 15 óra |
|---|---|----------------------------|
| Előzetes tudás | Számhalmazok: természetes, egész, racionális – négy alapművelet elvégzése ezeken a halmazokon. Számegyenes használata. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal, a számok értelmezése a valóság mennyiségeivel. A számfogalom elmélyítése: a számegyenes – a valós számok. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>Műveletek racionális számokkal.</p> <p>A negatív szám és a racionális szám fogalmának elmélyítése.</p> <p>Összevonás gyakorlása a racionális számok halmazában.</p> <p>Szorzás és osztás gyakorlása a racionális számok halmazában.</p> <p>A zárójelek használata, műveletek sorrendje.</p> <p>Műveletek tulajdonságainak felismerése és alkalmazása.</p> | | |
| <p>Számok négyzete, négyzetgyöke.</p> <p>Négyzetgyök meghatározása számológéppel.</p> <p>Pitagorasz tétele, $\sqrt{2}$ szerkesztése.</p> <p>Racionális számok tizedestört alakja.</p> <p>Létezik nem racionális szám is.</p> <p>Vannak végtelen nem szakaszos tizedestörtek is.</p> <p>A $\sqrt{2}$, a π irracionális.</p> <p>Valós számok elhelyezése a számegyenesen.</p> <p>Néhány irracionális szám pontos helyének megszerkesztése a számegyenesen.</p> | | |
| <p>Arány, arányosság.</p> <p>Százalékszámítás.</p> <p>Feladatmegoldás: a korábban tanult módszerek elmélyítése.</p> | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Racionális szám, hatványalap, kitevő, normálalak, négyzetgyök, valós szám, arány, százalék. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számelmélet, algebra 2.3. Algebrai kifejezések | Órakeret 10 óra |
|---|--|----------------------------|
| Előzetes tudás | Jelek, szimbólumok és betűk használata a beszédben és a matematikai szövegekben található összefüggések leírására. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Szövegértés fejlesztése, betűk, képletek használata. A műveleti tulajdonságok alkalmazása algebrai kifejezésekre. | |

| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
|--|---|---|
| Algebrai kifejezések: változó, együttható. Helyettesítési érték. Algebrai egész- és törtek kifejezések. Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel – példák a hétköznapi életből és a matematika területéről. Képletek értelmezése. | | <i>Fizika:</i> definíciók, kölcsönhatások, változások megfogalmazása képletek segítségével. |
| Egynemű, különmemű algebrai kifejezések. Egynemű kifejezések összevonása. Változók, együtthatók felismerése. <i>Matematikatörténet:</i> az algebra kezdetei, az arab matematika. Kutatómunka könyvtár, internet használatával. | | |
| Műveletek többtagú egész algebrai kifejezésekkel. Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel - zárójelfelbontás, előjelszabályok. Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel, osztása egytagú kifejezéssel. | | |
| Nevezetes azonosságok: $(a + b)^2$; $(a - b)^2$; $(a + b)(a - b)$. Azonosságok szemléltetése területtel. | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Változó, együttható, helyettesítési érték, egynemű kifejezés, összevonás, zárójelfelbontás, kiemelés. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számelmélet, algebra 2.4. Egyenletek, egyenlőtlenségek | Órakeret 18 óra |
|--|---|--|
| Előzetes tudás | Egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. A megoldás ábrázolása számegegyenesen. A módszerek alkalmazása egyszerű szöveges feladatokban. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A probléma megfogalmazásának fejlesztése a matematika nyelvén. Az alaphalmaz megadása. Algebrai átalakítások elmélyítése a megoldás során. Ábra, rajz, táblázat alkalmazása az összefüggések szemléltetésére. Az ellenőrzés és becslés igénye - önellenőrzés fejlesztése. | |
| Ismeretek és fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek algebrai megoldása. Azonosság. Azonos egyenlőtlenség. Egyenletmegoldás grafikusan. | | <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Szövegértés, a nyelv logikai elemeinek helyes használata. A kapott eredmény értékelése. |
| Szöveges feladatok. Számok, mennyiségek közötti összefüggések felírása egyenlettel, egyenlőtlenséggel. A megoldás folyamata: adatok lejegyzése, megoldási terv, becslés, ellenőrzés. Típusfeladatok egyszerű példákkal: | | <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> gyakori szövegtípusok megértési stratégiái. <i>Történelem, társadalmi</i> |

| | |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> – számok helyi értékével kapcsolatos feladatok; – geometriai számításokkal kapcsolatos feladatok; – fizikai számításokkal kapcsolatos feladatok; – százalékszámítási feladatok (leértékelés, béremelés, kamatszámítás stb); – keverési feladatok; – együttes munkavégzéssel kapcsolatos feladatok. <p>Pénzügyi ismeretek: áremelkedés, árengedmény, kamat.</p> | <p><i>és állampolgári ismeretek: hitel, betét, kamat, tőke.</i></p> |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Egyenlet, változó, egyenlőtlenség, azonosság, mérlegelv. |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 3. Függvény, sorozat | Órakeret 13 óra |
|---|---|---|
| Előzetes tudás | Biztos tájékozódás a derékszögű koordináta-rendszerben. Függvények és ábrázolásuk derékszögű koordináta-rendszerben. Lineáris függvények. Grafikonok értelmezése.. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Függvények megadása, jellemzése. A mindennapi életből vett kapcsolatok leírása függvényekkel. Néhány függvénytípus megfigyelése, használata. Függvények ábrázolása értéktáblázat használatával. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| Hozzárendelés megadása. Táblázat, grafikon használata. Példák egyértelmű, többértelmű hozzárendelésekre. Függvények értelmezése. Az alapfogalmak felismerése, alkalmazása gyakorlati problémákban. Függvényvizsgálat (értékkészlet, zérushely, monotonitás, szélsőérték). Grafikonról való leolvasás. | | |
| Az egyenes arányosság és grafikonja. Lineáris függvény: – elsőfokú függvény, – nulladfokú függvény, A lineáris függvény meredeksége. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedeztetése. | | <i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos mennyiségek. |
| Fordított arányosság: $x \mapsto \frac{a}{x}$ ($x \neq 0$) | | <i>Fizika:</i> Boyle–Mariotte-törvény. |
| Az abszolútérték-függvény: $x \mapsto x $. A másodfokú függvény: $x \mapsto x^2$. Számítógép használata függvények ábrázolására. | | |

| | | |
|--|---|---|
| <p>Függvénytranszformációk. Az abszolútérték és a másodfokú függvény transzformációja egyszerű esetekben: x tengely menti eltolás, y tengely menti eltolás, x tengelyre vonatkozó tükrözés. <i>Matematikatörténet:</i> René Descartes.</p> | | <p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata függvények ábrázolására.</p> |
| <p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p> | <p>Függvény, értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, egyenes arányosság, fordított arányosság Függvénytranszformáció, lineáris függvény, elsőfokú függvény, nulladfokú függvény, abszolútérték-függvény, másodfokú függvény.</p> | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 4. Geometria 4.1. Geometriai transzformációk | Órakeret 10 óra |
|---|---|--|
| Előzetes tudás | Tengelyes tükrözés. tengelyesen szimmetrikus alakzatok, háromszögek, négyszögek, szabályos sokszögek, kör. Szimmetrikus ábrák rajzolása, szerkesztése, szimmetrikus alakzatok építése. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Geometriai transzformációk megadása és elvégzése változatos szabállyal. A transzformációk tulajdonságainak felismerése. Egybevágóság és hasonlóság felismerése környezetünkben, esztétikai érzék fejlesztése. | |
| Ismeretek és fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>Pont-pont függvények. Egybevágósági transzformációk szerkesztése: - eltolás. A transzformációk elvégzése körzővel, vonalzóval. A transzformációk tulajdonságainak felismerése. A vektor – irányított szakasz. Távolságtartás, szögtartás, alakzat és képének irányítása.</p> | | <p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram.</p> |
| <p>Középpontos nagyítás, kicsinyítés elvégzése. A középpontos hasonlóság tulajdonságainak felismerése: aránytartás, szögtartás, alakzat és képének irányítása.</p> | | <p><i>Földrajz:</i> térképi ábrázolás.</p> |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Geometriai transzformáció, eltolás, vektor, egyállású szög, váltószög, csúcsszög, egybevágóság, kicsinyítés, nagyítás. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 4. Geometria 4.2. Síkgeometria | Órakeret 12 óra |
|--|--|--------------------|
| Előzetes tudás | Tételek, illeszkedésük, szögük. A háromszög belső és külső szögeinek összege. Háromszög-egyenlőtlenség. Sokszögek, csúcs, oldal, átlók, belső és külső szögek. Háromszögek egybevágóságának alapesetei. Geometriai szerkesztés, körző, vonalzó, szögmérő használata. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Rendszerező képesség fejlesztése. Az igény felkeltése az állítások megsejtésére, megfogalmazására, bizonyítására. Számítási feladatok elvégzése a geometria területéről – a lépések átgondolása, megtervezése. | |

| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
|---|---------------------------------|---------------------|
| Pitagorasz tétele. A tétel és megfordításának kimondása. Számítási és egyszerű bizonyítási feladatok. Thalész tétele. A kör érintői. <i>Matematikatörténet: Pitagorasz és Thalész.</i> | | |
| Mérés. Mértékegységek. Hosszúság, terület, idő, űrtartalom mérése. Mértékegységek átváltásának gyakorlása. | | |
| Sokszögek kerülete, területe. A háromszög, paralelogramma, rombusz, trapéz, deltoid kerülete, területe. | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Kerület, terület, mértékegység. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 4. Geometria 4.3. Térgeometria | Órakeret 8 óra |
|---|--|--|
| Előzetes tudás | Tételek, kölcsönös helyzetük. Testek építése szemléltetése, csúcs, él, lap, átló fogalma. Testek felismerése a környezetünkben. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A tételekhez kapcsolódó fogalmak elmélyítése. Tetraéder, gúla, kúp, gömb leírása, jellemzőinek mérése, felszín-, térfogat-számítási problémák megoldása. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| Felszín, térfogat. Gúla hálóját, felszíne, térfogata. Tetraéder. | | <i>Vizuális kultúra:</i> építészeti formák. |
| A kúp. Kúp származtatása, alaplappal, alkotó, palást. Egyenes körkúp felszíne, térfogata. Képlet ismerete pontos levezetés nélkül. | | |
| A gömb. A gömb felszíne, térfogata. Képlet ismerete pontos levezetés nélkül. | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Alaplappal, oldalél, gúla, kúp, gömb. | |

| | | |
|--|---|----------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 5. Statisztika, valószínűség | Órakeret 4 óra |
| Előzetes tudás | Adatok gyűjtése. Grafikonok elemzése. Átlag. Valószínűségi játékok. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Adathalmazok elemzése, értelmezése, ábrázolásuk. A valószínűség meghatározása egyszerű esetekben. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| Gyakoriság, relatív gyakoriság. A relatív gyakoriság számolása. Mire lehet következtetni a relatív gyakoriságból? | | |
| A valószínűség szemléletes fogalma. A valószínűség kiszámítása egyszerűbb esetekben – a valószínűség klasszikus modellje. Galton-deszka. | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Táblázat, diagram, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, középérték, módusz, medián. | |

| | |
|---|---|
| A fejlesztés várt eredményei a 8. évfolyam végén | <p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok (természetes, egész, racionális) ismerete. – A nyelv logikai elemeinek tudatos szerepeltetése a feladatok megoldása során. Egyszerű állítások igazságtartalmának eldöntése, állítások tagadása. – Egyszerű sorbarendezési, leszámhlási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének elmondása, leírása. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Az egész számok és a racionális számok fogalmának ismerete, alapműveletek helyes sorrendű elvégzése. – Műveletek egész kitevőjű hatványokkal, a hatványozás azonosságainak használata feladatmegoldásban. Számolás normálalakkal. – Az egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása matematikai és hétköznapi feladatokban. A mindennapjainkhoz kapcsolódó százalékszámítási feladatok megoldása. – Az oszthatósággal kapcsolatos definíciók ismerete, egyszerű oszthatósági problémák vizsgálata. – Algebrai egész kifejezések összevonása, szorzása. – Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok értelmezése, összefüggések lefordítása a matematika nyelvére. – Számológép használata. <p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak |
|---|---|

| | |
|--|---|
| | <p>ismerete, grafikonról való leolvasása.</p> <ul style="list-style-type: none"> – A lineáris függvény, az abszolútérték-függvény, a másodfokú függvény, a fordított arányosság függvényének ismerete (tulajdonságok, grafikon). – Egylépéses függvénytranszformációk végrehajtása (eltolás, tükrözés az x tengelyre.). – Sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok néhány jellemzőjének vizsgálata. – A számtani sorozat felismerése. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Háromszögek szögei és oldalai közötti összefüggések ismerete és alkalmazása. Négyszögek belső és külső szögeire vonatkozó összefüggések ismerete. – Háromszögek nevezetes vonalainak, pontjainak, köreinek meghatározása, megszerkesztése. – Háromszögszerkesztések lépéseinek leírása, a szerkesztések elvégzése. – Egybevágósági transzformációk és középpontos hasonlóság felismerése, tulajdonságainak ismerete. Egybevágó és hasonló alakzatok felismerése. – A négyszögek több szempont szerinti összehasonlítása, csoportosítása, tulajdonságainak ismerete. Speciális négyszögek nevezetes vonalainak ismerete. – A Pitagorasz-tétel és Thalész-tétel egyszerű alkalmazásai. – A vektor fogalmának ismerete. – Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, meghatározása méréssel, számolással. Mértékegységek ismerete, átváltása. – Háromszög és négyszög alapú egyenes hasábok, valamint a forgáshenger felismerése, jellemzése, felszínének és térfogatának számítása. Mértékegységek ismerete, átváltása. A forgáskúp, a gömb felismerése. Térszemlélet fejlődése. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése. – Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása. – A véletlen jelenségek tudatos megfigyelése, tapasztalatok levonása, ezek alapján a valószínűségi szemlélet fejlődése. |
|--|---|

9–10. évfolyam

A 9–10. évfolyamban a szemlélet alapján, a tevékenységeken, felfedeztetéseken keresztül korábban kialakított fogalmak pontos definiálására, az összefüggések felismerésére, modellek készítésére kell helyezni a fő hangsúlyt. Szükséges a matematika alkalmazási területeinek széles körű bemutatása a matematikán belüli problémák megoldásában, illetve más tudományok

segítőjeként való közreműködésben. Ezekben az években erősödik a tanulók önismerete, és megfelelő képességfejlesztéssel és módszertani változatossággal mind több tanulóban kialakulhat a matematika, illetve a természettudomány valamely ága iránti érdeklődés.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. Ezeken az évfolyamokon a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.)

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amelyeket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhöz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is. A számítógép által nyújtott határtalan lehetőségeket képesek legyenek felismerni, és hatékonyan felhasználni. Fontos célkitűzés, hogy a feladatmegoldások közben a számológépet segédeszközként tudják használni.

Ebben az életkori szakaszban már elvárható, hogy a tanulók a leírt szöveget pontosan megértsék, a gondolataikat igyekezzenek szabatosan kifejteni. A matematikai gondolkodásmód fejlődésével egyre magabiztosabban képesek véleményt nyilvánítani, érvelni, mások gondolatait megérteni.

9. évfolyam

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 1. Gondolkodási módszerek, halmazok Halmazok, ponthalmazok | Órakeret 9 óra |
|--------------------------------------|---|-------------------|
| Előzetes tudás | Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Részhalmaz. Számhalmazok, ponthalmazok. | |

| | |
|--|---|
| <p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p> | <p>A halmaz fogalmának ismerete, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazása – megosztott figyelem. Definíciók, jelölések használata – az emlékezet fejlesztése.</p> |
| <p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p> | <p>Kapcsolódási pontok</p> |
| <p>Intervallumok: zárt, nyílt, félig zárt, félig nyílt. A fogalom szemléletes kialakítása, majd definiálása.</p> | |
| <p>n elemű halmaz részhalmazainak a száma.</p> <p>Korábbi ismeretek felhasználása, a tanult jelölések alkalmazása.</p> <p>Halmazok számossága.</p> <p>Véges és végtelen halmazok, megszámlálható, nem megszámlálható halmazok.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Georg Cantor.</p> | <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése.</p> |
| <p>Halmazműveletek: unióképzés, metszetképzés, különbségképzés, szimmetrikus differencia, komplementer halmaz.</p> <p>Halmazműveletek alkalmazása több halmazra, végtelen elemszámú halmazokra.</p> <p>Definíciók megfogalmazása, megértése. Halmazok felbontása diszjunkt halmazok uniójára.</p> <p>Logikai szita.</p> <p>Modellalkotás egy-egy tipikus problémára.</p> | <p><i>Informatika:</i> adatbáziskezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint.</p> <p><i>Biológia-egészségtan:</i> rendszertan.</p> |
| <p>Nevezetes ponthalmazok:</p> <ul style="list-style-type: none"> – adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben; – két térelemtől egyenlő távol lévő pontok halmaza – síkban és térben; <p>Vegyes feladatok ponthalmazok és halmazműveletek alkalmazására szerkesztéssel is.</p> | <p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram.</p> |
| <p>Ponthalmazok a koordinátasíkon.</p> <p>Koordinátákkal megadott feltételek. Descartes-szorzat.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> René Descartes.</p> | |

| | |
|------------------------------------|---|
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Véges és végtelen halmaz, unió, metszet, különbség, komplementer halmaz, Descartes-féle szorzat. Intervallum. |
|------------------------------------|---|

| | | |
|---|--|---|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számelmélet, algebra 2.1. Valós számok | Órakeret 2 óra |
| Előzetes tudás | Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejben, írásban. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A számkörbővítés elveinek belátása. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>A valós számkör.</p> <p>Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás.</p> <p>Számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek.</p> <p>Számok normálalakja.</p> <p>Számolás normálalakban felírt számokkal.</p> <p>Normálalak a számológépen.</p> <p>A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás.</p> | | <p><i>Fizika; kémia;</i> <i>biológia-egészségtan: a tér, az idő, az anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakkal.</i></p> |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Valós szám, normálalak, kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. | |

| | | |
|--|--|----------------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számelmélet, algebra 2.2. Algebrai kifejezések használata | Órakeret 18 óra |
| Előzetes tudás | Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, $(a \pm b)^2$, $a^2 - b^2$, helyettesítési érték, zárójelfelbontás. | |

| | |
|---|---|
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Direkt bizonyítási módszer alkalmazása. Ismeretek tudatos memorizálása, az emlékezet fejlesztése. |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
| Algebrai kifejezések. <ul style="list-style-type: none"> – Egész kifejezések, polinomok, törtkifejezések. Racionális és nem racionális kifejezések. – A kifejezés értelmezési tartománya. – Helyettesítési érték. Műveleti tulajdonságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás) vizsgálata. | <i>Fizika; kémia:</i> mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése. |
| Nevezetes azonosságok: $(a \pm b)^3; (a + b + c)^2; a^3 - b^3; a^3 + b^3$ Ismeretek (képletek) tudatos memorizálása. Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál. | |
| Azonos átalakítások. <ul style="list-style-type: none"> – Polinomok összeadása, kivonása, szorzása, hatványozása. Kiemelés, szorzattá alakítás. Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse. – Algebrai törtek összeadása, kivonása, szorzása, osztása. Egyszerűsítés. Bővítés. A tanult azonosságok, tulajdonságok felhasználása algebrai átalakítások, egyszerűsítések során. <i>Matematikatörténet:</i> algebra – Al-Hvarizmi. | <i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése, egyenletek rendezése. |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Algebrai kifejezés, polinom, algebrai tört, azonosság. |

| | | |
|--|---|---------------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számelmélet, algebra 2.3. Oszthatóság | Órakeret 5 óra |
| Előzetes tudás | Osztó, többszörös, prímszám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban, az ismeretek kapcsolatának felfedezése. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| Osztó, többszörös, oszthatóság, oszthatósági szabályok. Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban. | | |
| A tanult ismeretek felidézése: <i>prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás.</i> A számelmélet alaptétele. Végtelen sok prímszám van. Osztok számának meghatározása a prímtényező felbontásból. <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz, Eratoszthenész, Euler, Fermat. | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Oszthatóság, prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás. | |

| | | |
|---|---|----------------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számelmélet, algebra 2.4. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer | Órakeret 24 óra |
| Előzetes tudás | Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata. | |

| Ismeretek/fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|--|---|
| <p>Elsőfokú egyenletek.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Alaphalmaz, megoldáshalmaz, igazsághalmaz. – Ekvivalens átalakítások. – Mérlegelv. <p>Egyenletek algebrai, grafikus megoldása.</p> <p>Digitális technikák használata az egyenletmegoldás során.</p> | |
| <p>Elsőfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok.</p> <p>A korábban tanult feladattípusok megoldási módszereinek elmélyítése.</p> <p>A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése, egyenlet felírása; a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).</p> | <p><i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.</p> <p><i>Kémia:</i> oldatok összetétele.</p> |
| <p>Törtés egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <p>Törtek előjelének vizsgálata.</p> | |
| <p>Abszolút értéket tartalmazó egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> | <p><i>Fizika:</i> a mérés hibája.</p> |
| <p>Elsőfokú egyenletrendszerek.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Egyenletrendszerek grafikus megoldása. – Behelyettesítő módszer. – Egyenlő együtthatók módszere. – Új ismeretlen bevezetése. <p>Különböző módszerek megismerése és alkalmazása ugyanarra a problémára.</p> <p>Egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok.</p> <p>A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata.</p> | <p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p> |
| <p>Egyenlőtlenségek grafikus megoldása.</p> <p>Egyenlőtlenségek algebrai megoldása.</p> <p>Egyismeretlenes egyenlőtlenségrendszer.</p> | |
| <p>Paraméteres egyenletek.</p> | |

| | |
|------------------------------------|---|
| Egyszerű elsőfokú egyenletek. | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás. Egyenletrendszer. Paraméteres egyenlet. |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 3. Függvények | Órakeret 15 óra |
|---|---|---|
| Előzetes tudás | Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolútérték függvény, másodfokú függvény ismerete. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvénymodell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>Függvény fogalma.</p> <p>Értelmezési tartomány, értékkészlet.</p> <p>A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése.</p> <p>Új fogalmak: periodicitás, paritás, korlátosság.</p> | | <p><i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.</p> |
| <p>Egyenes arányosság.</p> <p>Elsőfokú függvények, lineáris függvények.</p> <p>Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapi életben.</p> | | <p><i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos menntiségek.</p> |

| | |
|--|---|
| <p>Abszolútérték-függvény.</p> <p>Egészrész-, törtrész-, előjelfüggvény.</p> <p>Másodfokú függvények.</p> <p style="padding-left: 40px;">Teljes négyzetté kiegészítés.</p> <p>Hatványfüggvények.</p> <p>Gyökfüggvények.</p> <p style="padding-left: 40px;">A függvénygrafikonok elkészítése és használata a függvény jellemzésére.</p> | <p><i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.</p> |
| <p>Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény.</p> | <p><i>Fizika; kémia:</i> fordítottan arányos mennyiségek.</p> |
| <p>Függvénytranszformációk.</p> <p>A tanult függvények többlépéses transzformációi az alábbiak összetételével: $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $f(c \cdot x)$; $f(x)$.</p> <p>Függvények jellemzése.</p> | |
| <p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p> | <p>Egészrész, törtrész. Függvény grafikonja. Periódus, paritás, korlátosság.</p> |

| <p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p> | <p>4. Geometria 4.1. Sokszögek</p> | <p>Órakeret 17 óra</p> |
|--|---|--|
| <p>Előzetes tudás</p> | <p>Tételek kölcsönös helyzete, távolsága. Háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságai. Speciális háromszögek, négyszögek elnevezése, felismerése, tulajdonságaik. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz tétel és a Thalész tétel ismerete.</p> | |
| <p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p> | <p>A geometriai szemlélet, látásmódfejlesztés. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Bizonyítási igény kialakítása. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.</p> | |

| Ismeretek/fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|---|--|
| Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. | |
| <p>A háromszög oldalai és szögei.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Háromszög-egyenlőtlenség. – Összefüggések a háromszög szögei között – belső szögek, külső szögek. – Összefüggések a háromszög oldalai és szögei között. <p>A háromszögek szögeiről, oldalairól tanult tételek bizonyítása, alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.</p> | |
| <p>A háromszögek nevezetes vonalai:</p> <ul style="list-style-type: none"> – A háromszög oldalfelező merőlegesei, a háromszög köré írt köre. – A háromszög magasságvonalai, magasságpontja. – A háromszög szögfelező egyenesei, a háromszög beírt köre, hozzáírt körei. – A háromszög súlyvonalai, súlypontja. – A háromszögek nevezetes vonalairól és köreiről tanult tételek bizonyítása, alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban. <p>Euler egyenes, Feuerbach kör bemutatása grafikus programmal.</p> | <p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztő program használata.</p> |
| <p>Négyszögek, sokszögek, szabályos sokszögek.</p> <p>Belső és külső szögek összege.</p> <p>Átlók száma.</p> | |
| <p>Pitagorasz tétel és megfordításának bizonyítása és alkalmazása.</p> <p>Számítási feladatok síkban és térben.</p> <p>A tételt és megfordítását alkalmazzuk bizonyítási feladatokban.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Pitagorasz.</p> | <p><i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.</p> |
| <p>Thalész tétele és a tétel megfordításának bizonyítása és alkalmazása.</p> <p>Szerkesztési és bizonyítási feladatok.</p> <p>Körérintő szerkesztése.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Thalész.</p> | |

| | |
|------------------------------------|--|
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Hozzáírt kör, súlypont, szabályos sokszög. |
|------------------------------------|--|

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 4. Geometria 4.2. Geometriai transzformációk | Órakeret 12 óra |
|--|---|---|
| Előzetes tudás | Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése a környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepe a matematikában és a valóságban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>Geometriai transzformáció fogalma.</p> <p>Egybevágósági transzformációk rendszerezése.</p> <p>Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli elforgatás, eltolás.</p> <p>A geometriai transzformációk tulajdonságai:</p> <ul style="list-style-type: none"> – fixpont, fixegyenes, fixesík; – szögtartás, távolságtartás, irányítástartás; – szimmetrikus és nem szimmetrikus transzformáció. <p>Geometriai transzformációk szorzata.</p> | | <p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.</p> |
| <p>Az egybevágóság fogalma.</p> <p>Egybevágó alakzatok felismerése.</p> <p>Alakzatok egybevágósága.</p> <p>A háromszögek egybevágóságának alapesetei.</p> | | |
| <p>Szimmetrikus alakzatok.</p> <p>A szimmetrián alapuló tulajdonságok felismerése: szögek, szakaszok egyenlősége.</p> | | <p><i>Vizuális kultúra:</i> művészettörténeti stíluskorszakok.</p> |
| Szerkesztési, számítási és bizonyítási feladatok. | | |

| | |
|---|---|
| <p>Az egybevágóság, a szimmetria felismerése, hatékony alkalmazása.</p> <p>Vázlatkészítés, elemzés, diszkusszió.</p> | |
| <p>A paralelogramma, a háromszög és a trapéz középvonala.</p> <p>A középpontos tükrözés alkalmazása.</p> | |
| <p>A vektor. Ellentett vektorok, nullvektor, egyenlő vektorok, vektor abszolútértéke.</p> <p>Műveletek vektorokkal:</p> <ul style="list-style-type: none"> – összeadás (paralelogramma-módszer, láncmódszer); – kivonás; – számmal való szorzás. | <p><i>Fizika:</i> vektormennyiségek.</p> |
| <p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p> | <p>Geometriai transzformáció, egybevágósági és hasonlósági transzformáció, szimmetrikus alakzat. Vektorművelet, paralelogramma-módszer, láncmódszer, vektorfelbontás, nullvektor, ellentett vektor, vektorok egyenlősége. Bázisvektor, bázisrendszer, vektorkoordináta. Helyvektor, szabadvektor.</p> |

| | | |
|--|---|--|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 6. Statisztika, valószínűség | Órakeret 4 óra |
| Előzetes tudás | Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség fogalma. Százalékszámítás. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása.</p> <p>Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása.</p> <p>Következtetések levonása.</p> <p>Számológép használata.</p> <p>Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.</p> | | <p><i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).</p> <p><i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés.</p> |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Terjedelem, szórás. | |

| | |
|---|---|
| A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén | <p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra, intervallumokra, véges és végtelen halmazokra. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita alkalmazása feladatmegoldás során. |
|---|---|

Számelmélet, algebra

- Racionális és irracionális számok - a valós számok halmazának szemléletes fogalma.
- Számok normálalakja, normálalakkal műveletek végzése.
- Biztos műveletvégzés, műveletek sorrendje, zárójelek használata.
- Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása.
- Első fokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok megoldása.
- A számológép használata.

Függvények, az analízis elemei

- A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, periodicitás, paritás.
- A négyzetgyökfüggvény ábrázolása, jellemzése.
- Több lépésű függvénytranszformációk elvégzése $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $f(c \cdot x)$; $|f(x)|$ felhasználásával.
- Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján.

Geometria

- Tételek ismerete, a távolság és szög fogalmának értelése, ismerete, a távolság és a szög mérése.
- A kör és részeinek ismerete.
- Egybevágósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Egybevágó alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása feladatokban.
- Vektor fogalmának ismerete, vektorműveletek szerkesztése.
- Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögeinek, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.
- A Pitagorasz-tétel és Thalész-tétel alkalmazásai.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai adatok elemzése: adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása.

10. évfolyam

| | | |
|--|--|---|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 1. Gondolkodási módszerek, matematikai logika, kombinatorika, gráfok 1.1 Matematikai logika | Órakeret 2 óra |
| Előzetes tudás | Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből. Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A köznapi életben használt logikai következtetések és a matematikai logikában használt kifejezések összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendszerezése a célnak megfelelően. Matematikai állítások helyes megfogalmazása. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>Matematikai tartalmú szöveg értelmezése.</p> <p>Tétel kimondása, bizonyítása.</p> <p>Állítás és megfordítása.</p> <p style="padding-left: 40px;">Direkt, indirekt bizonyítás.</p> <p style="padding-left: 40px;">Szükséges, elégséges, szükséges és elégséges feltétel.</p> <p style="padding-left: 40px;">Állítások megsejtése, bizonyítás vagy cáfolat megadása.</p> | | |
| <p>Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY, „Minden”, „van olyan”, ha....,akkor.</p> <p style="padding-left: 40px;">A köznapi szóhasználat és a matematikai kifejezés kapcsolatának megértése.</p> <p style="padding-left: 40px;">Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, alkalmazása.</p> <p>Érvelés és vita, ellenpélda szerepe.</p> <p style="padding-left: 40px;">Mások gondolataival való vitába szállás során kulturált érvelés.</p> | | <i>Magyar nyelv és irodalom: retorikai alapismeretek.</i> |
| Skatulyaelv. | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY, Ha....akkor). Szükséges és elégséges feltétel. Sejtés, bizonyítás. | |

| | | |
|---|---|----------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | <p style="text-align: center;">1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok</p> <p style="text-align: center;">1.2 Kombinatorika</p> | Órakeret 5 óra |
| Előzetes tudás | Elemek sorba rendezése, adott szempont szerinti kiválasztása, gráf használata egyszerű leszámolási feladatokban. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A kombinatorikai problémák felfedezése a hétköznapi életben, modellek alkalmazása. A rendszerező képesség, a figyelem fejlesztése. Gráfok segédeszközként való használata a gondolkodásban. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| A szorzási és összeadási szabály. Az összeszámlálás technikáinak megértése, alkalmazása. | | |
| Sorba rendezés. Kiválasztás. A szöveg matematikai nyelvre fordítása, matematikai modell készítése. Kombinatorikai problémák felfedezése a mindennapokban. $n!$, n^k Az összeszámlálási módszer megértése | | |

| | | |
|---|---|--|
| <p>Gráfok: csúcs, él, foksám.</p> <p>Gráfok alkalmazása feladatmegoldásban.</p> <p>Gondolatmenet megjelenítése gráffal.</p> | | <p><i>Kémia:</i> molekulák szerkezete.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes hálózatok felépítés.</p> <p><i>Földrajz:</i> térképek, úthálózat.</p> |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Szorzási szabály, összeadási szabály, faktoriális, gráf, csúcs, él, foksám. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számelmélet, algebra 2.1. Valós számok | Órakeret 13 óra |
|---|---|----------------------------|
| Előzetes tudás | Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejből, írásban. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. A négyzetgyök fogalma. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A számkörbővítés elveinek belátása. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| A valós számok és a számegyenes kapcsolata A racionális számok halmaza nem elegendő a számegyenes pontjainak jelölésére. | | |
| Négyzetgyök fogalma. A négyzetgyökvonás azonosságai. – Az indirekt bizonyítás: a $\sqrt{2}$ irracionális. – Bevitel a gyökjel alá, kiemelés a gyökjel alól. | | |

| | |
|--|--|
| <p>– Nevező gyöktelenítése. Műveletek gyökös kifejezésekkel.</p> | |
| <p>Az n-edik gyök fogalma. A gyökvonás azonosságai.</p> <p>Bevitel a gyökjel alá, kiemelés a gyökjel alól.</p> <p>Algebrai kifejezések átalakításai a tanult eljárások, azonosságok felhasználásával.</p> | |
| <p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p> | <p>Valós szám, négyzetgyök, n-edik gyök, kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás.</p> |

| | | |
|--|--|--|
| <p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p> | <p>2. Számelmélet, algebra</p> <p>2.2. Algebrai kifejezések használata</p> | <p>Órakeret</p> <p>4 óra</p> |
| <p>Előzetes tudás</p> | <p>Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, zárójelfelbontás.</p> | |
| <p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p> | <p>Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Direkt bizonyítási módszer alkalmazása.</p> | |
| <p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p> | | <p>Kapcsolódási pontok</p> |
| <p>Két szám számtani- és mértani közepe, a köztük lévő egyenlőtlenség.</p> <p>Algebrai bizonyítás.</p> <p>Szélsőérték-feladatok.</p> <p>Függvények: másodfokú függvények vizsgálata.</p> | | |
| <p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p> | <p>Számtani közép, mértani közép.</p> | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számelmélet, algebra 2.3. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer | Órakeret 28 óra |
|---|---|---|
| Előzetes tudás | Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Grafikus megoldás. – Teljes négyzetté kiegészítés. Egyenletmegoldás szorzattá alakítással. <p>Algoritmus keresése a megoldásra.</p> <p>A másodfokú egyenlet megoldóképlete.</p> <p>A megoldóképlet készségi szintű alkalmazása.</p> <p>Számológép használata.</p> <p>A másodfokú egyenlet diszkriminánsa.</p> <p>Diszkusszió.</p> <p>Gyöktényező alak, Viete-formulák.</p> <p>Másodfokúra visszavezethető egyenletek.</p> <p>Új ismeretlen bevezetése.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> magasabb fokú egyenletek megoldhatósága.</p> | | |
| <p>Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok.</p> <p>Modellalkotás, megoldási módszerek. Szövegben történő ellenőrzés.</p> <p>Másodfokú függvények vizsgálata.</p> <p>Teljes négyzetté alakítás használata. Számítógépes program használata,</p> | | <p><i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás leírása.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes program</p> |

| | |
|--|--|
| Szélsőérték feladatok. Másodfokú függvény vizsgálatával, számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenség felhasználásával. | használat. |
| Másodfokú egyenlőtlenségek. A megoldás megadása másodfokú függvény vizsgálatával. | |
| Másodfokú egyenletrendszer. Másodfokú egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. Emlékezés korábban megismert módszerekre, alkalmazás az adott környezetben. | <i>Fizika:</i> ütközések. |
| Négyzetgyökös egyenletek. – Ekvivalens és nem ekvivalens egyenlet-megoldási lépések. – Hamisgyök, gyökvesztés. | |
| Paraméteres egyenletek. Egyszerű másodfokú egyenletek. | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás, hamis gyök. Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, teljes négyzetté alakítás, megoldóképlet, diszkrimináns, diszkusszió. Egyenletrendszer. Négyzetgyökös egyenlet. Paraméteres egyenlet. |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 3. Geometria 3.1. Geometriai transzformációk | Órakeret 22 óra |
|---|---|----------------------------|
| Előzetes tudás | Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése a környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepe a matematikában és a valóságban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |

| | |
|---|---|
| <p>Vektor felbontása összetevőkre.</p> <p>A vektorműveletek tulajdonságai.</p> <p style="padding-left: 40px;">Szerkesztési feladatok.</p> <p style="padding-left: 40px;">Vektorműveletek gyakorlása síkbeli és térbeli ábrákon is.</p> <p style="padding-left: 40px;">Analógia a számhalmazokon végzett műveletekkel.</p> <p>Bázisvektorok, bázisrendszer.</p> <p>Vektorok koordinátái.</p> <p>Vektor hosszának számítása.</p> <p>Helyvektor, szabadvektor.</p> | <p><i>Fizika:</i> vektormennyiségek.</p> |
| <p>A párhuzamos szelők tétele és megfordítása.</p> <p>A párhuzamos szelőszakaszok tétele.</p> <p>Szakasz arányos osztása.</p> <p>Számítási és bizonyítási feladatok.</p> | |
| <p>A középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai.</p> <p>A hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai.</p> <p style="padding-left: 40px;">Aránytartó transzformáció.</p> <p>Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok megoldása.</p> | <p><i>Földrajz:</i> térképek.</p> |
| <p>Hasonló alakzatok.</p> <p style="padding-left: 40px;">A háromszögek hasonlóságának alapesetei.</p> <p style="padding-left: 40px;">A sokszögek hasonlósága.</p> <p>A hasonló síkidomok területének aránya.</p> <p>A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya.</p> | <p><i>Fizika:</i> hasonló háromszögek alkalmazása – lejtőmozgás, geometriai optika.</p> |
| <p>Arányossági tételek háromszögekben.</p> <p>Szögfelező tétel, magasságtétel, befogótétel.</p> <p>A számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség geometriai bizonyítása.</p> <p style="padding-left: 40px;">Mértani közép szerkesztése.</p> | <p><i>Vizuális kultúra:</i> festészet, építészet.</p> |

| | |
|---|---|
| Egyszerű szélsőérték- feladatok. | |
| Aranymetszés. | |
| Kerületi és középponti szögek és a hozzá kapcsolódó tételek. | |
| Együttlévő mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése, következtetések levonása. | |
| Húrnégyszögek és érintőnéyszögek definíciója, tételei. | |
| Speciális érintőnéyszögek, húrnégyszögek. | |
| Látókörv. Látókörv szerkesztése. | |
| Körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tétele. | |
| Egyszerű számítási és bizonyítási feladatok. | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Hasonlósági transzformáció. Hasonlóság, számtani és mértani közép, kerületi és középponti szög, húrnégyszög, érintőnéyszög, látókörv. |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 5. Szögfüggvények | Órakeret 30 óra |
|--|--|---|
| Előzetes tudás | Hasonlóság alkalmazása számolási feladatokban, vektorok koordinátáinak használata. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Síkbeli és térbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép, számítógép használata. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>Távolságok, magasságok meghatározása arányokkal.</p> <p>A valóság kicsinyített ábrájáról szögek és szakaszok meghatározása méréssel és számolással.</p> <p>A hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciója.</p> <p>Szögfüggvény értékének és szögek értékének meghatározása számológéppel.</p> <p>Számítási feladatok szögfüggvények használatával síkban és térben.</p> | | <i>Fizika:</i> lejtőn mozgó testre ható erők kiszámítása. |

| | |
|---|--|
| <p>Nevezetes szögek szögfüggvényei: 30°; 60°; 45°.</p> <p>Összefüggések egy hegyesszög szögfüggvényei között.</p> <p>Pótszögek szögfüggvényei.</p> <p>Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása.</p> | |
| <p>A szög ívmértéke.</p> <p>A radián mint mértékegység.</p> <p>Átváltás fok és radián között.</p> | |
| <p>A szögfüggvények általános értelmezése.</p> <p>Forgásszög, egységvektor, vektorkoordináták, egységkör.</p> <p>A szögfüggvények előjele a különböző síknegyedekben.</p> <p>Szögfüggvények közötti összefüggések (pitagoraszi, tört és reciprok összefüggés, pótszög és mellékszög szögfüggvényei).</p> <p>Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása.</p> <p>A trigonometrikus függvények ($x \mapsto \sin x$; $x \mapsto \cos x$; $x \mapsto \operatorname{tg} x$) ábrázolása, jellemzése.</p> <p>A szögfüggvények értelmezési tartománya, értékkészlete, zérushelyek, szélsőérték, periódus, monotonitás, korlátosság, paritás.</p> <p>Függvény-transzformáció, függvényvizsgálat.</p> | <p><i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás, hullámmozgás leírása.</p> <p><i>Informatika:</i> grafikonok elkészítése számítógépes programmal.</p> |
| <p>Egyszerű trigonometrikus egyenletek.</p> <p>A szögfüggvény definíciójának felhasználása a megoldáshoz.</p> <p>Az egyenletnek végtelen sok megoldása van.</p> | |
| <p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p> | <p>Egységvektor, egységkör, forgásszög, ívmérték, radián, szögfüggvény, periódus.</p> |

| | | |
|---|---|----------------------------------|
| <p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p> | <p>6. Statisztika, valószínűség</p> | <p>Órakeret 4 óra</p> |
| <p>Előzetes tudás</p> | <p>Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség fogalma.</p> | |

| | |
|---|---|
| | Százalékszámítás. |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában. |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
| Véletlen jelenségek megfigyelése. Kockadobások, pénzérme. Véletlen jelenségek számítógépes szimulációja. | |
| Esemény, eseménytér, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Műveletek eseményekkel. Kétváltozós műveletek értelmezése. Egyszerűbb események valószínűségének kiszámítása. Klasszikus valószínűségi modell. A valószínűség meghatározása kombinatorikus eszközökkel. | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Terjedelem, szórás. |

| | |
|---|--|
| A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén | <p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Bizonyítási módszerek ismerete, skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során. – Szorzási és összeadási szabály alkalmazása kombinatorikai feladatokban. – Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Racionális és irracionális számok - a valós számok halmazának szemléletes fogalma. – A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása, négyzetgyökös egyenletek megoldása. – Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok megoldása. – Másodfokúra vezető szélsőérték problémák megoldása teljes négyzetté alakítással. – A számológép használata. |
|---|--|

| | |
|--|--|
| | <p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A trigonometrikus alapfüggvények ábrázolása, jellemzése. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húr-négyszögek és érintő-négyszögek tételei). – Hasonlósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Hasonló alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása feladatokban. – Vektor fogalmának ismerete, vektorműveletek szerkesztése. Vektorfelbontás. – Hegyesszögek, forgásszögek szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben. – A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása. |
|--|--|

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számelmélet, algebra 2.3. Oszthatóság | Órakeret 5 óra |
|--|--|----------------------------|
| Előzetes tudás | Osztó, többszörös, prímszám, prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban, az ismeretek kapcsolatának felfedezése. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| Osztó, többszörös, oszthatóság, oszthatósági szabályok. Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban. | | |
| A tanult ismeretek felidézése: <i>prímszám</i> , összetett szám, prímtényezős felbontás. A számelmélet alaptétele. | | |

| | |
|---|---|
| Végtelen sok prímszám van. Osztók számának meghatározása a prímtényező felbontásból. <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz, Eratoszthenész, Euler, Fermat. | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Oszthatóság, prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás. |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számelmélet, algebra 2.4. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer | Órakeret 17 óra |
|---|---|---|
| Előzetes tudás | Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>Elsőfokú egyenletek.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Alaphalmaz, megoldáshalmaz, igazsághalmaz. – Ekvivalens átalakítások. – Mérlegelv. <p>Egyenletek algebrai, grafikus megoldása.</p> <p>Digitális technikák használata az egyenletmegoldás során.</p> | | |
| <p>Elsőfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok.</p> <p>A korábban tanult feladattípusok megoldási módszereinek elmélyítése.</p> <p>A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése, egyenlet felírása; a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).</p> | | <p><i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.</p> <p><i>Kémia:</i> oldatok összetétele.</p> |
| <p>Törtés egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <p>Törtek előjelének vizsgálata.</p> | | |

| | | |
|--|---|---|
| Abszolút értéket tartalmazó egyenletek, egyenlőtlenségek. | | <i>Fizika:</i> a mérés hibája. |
| Elsőfokú egyenletrendszerek. <ul style="list-style-type: none"> – Egyenletrendszerek grafikus megoldása. – Behelyettesítő módszer. – Egyenlő együtthatók módszere. – Új ismeretlen bevezetése. Különböző módszerek megismerése és alkalmazása ugyanarra a problémára. Egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata. | | <i>Informatika:</i> számítógépes program használata. |
| Egyenlőtlenségek grafikus megoldása. | | |
| Egyenlőtlenségek algebrai megoldása. | | |
| Egyismeretlenes egyenlőtlenségrendszer. | | |
| Paraméteres egyenletek. | | |
| Egyszerű elsőfokú egyenletek. | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás. Egyenletrendszer. Paraméteres egyenlet. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 3. Függvények | Órakeret 15 óra |
|---|---|----------------------------|
| Előzetes tudás | Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolútérték függvény, másodfokú függvény ismerete. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvénymodell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |

| | |
|--|---|
| <p>Függvény fogalma.</p> <p>Értelmezési tartomány, értékészlet.</p> <p>A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése.</p> <p>Új fogalmak: periodicitás, paritás, korlátosság.</p> | <p><i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.</p> |
| <p>Egyenes arányosság.</p> <p>Elsőfokú függvények, lineáris függvények.</p> <p>Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapiakban.</p> | <p><i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos mennyiségek.</p> |
| <p>Abszolútérték-függvény.</p> <p>Egészrész-, törtrész-, előjelfüggvény.</p> <p>Másodfokú függvények.</p> <p>Teljes négyzetté kiegészítés.</p> <p>Hatványfüggvények.</p> <p>Gyökfüggvények.</p> <p>A függvénygrafikonok elkészítése és használata a függvény jellemzésére.</p> | <p><i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.</p> |
| <p>Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény.</p> | <p><i>Fizika; kémia:</i> fordítottan arányos mennyiségek.</p> |
| <p>Függvénytranszformációk.</p> <p>A tanult függvények többlépéses transzformációi az alábbiak összetételével: $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $f(c \cdot x)$; $f(x)$.</p> <p>Függvények jellemzése.</p> | |
| <p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p> | <p>Egészrész, törtrész. Függvény grafikonja. Periódus, paritás, korlátosság.</p> |

| | | |
|---|--|--|
| <p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p> | <p>4. Geometria 4.1. Sokszögek</p> | <p>Órakeret 15 óra</p> |
|---|--|--|

| | |
|--|---|
| <p>Előzetes tudás</p> | <p>Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága. Háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságai. Speciális háromszögek, négyszögek elnevezése, felismerése, tulajdonságaik. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz tétel és a Thalész tétel ismerete.</p> |
| <p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p> | <p>A geometriai szemlélet, látásmódfejlesztés. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Bizonyítási igény kialakítása. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.</p> |
| <p style="text-align: center;">Ismeretek/fejlesztési követelmények Kapcsolódási pontok</p> | |
| <p>Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge.</p> | |
| <p>A háromszög oldalai és szögei.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Háromszög-egyenlőtlenség. – Összefüggések a háromszög szögei között – belső szögek, külső szögek. – Összefüggések a háromszög oldalai és szögei között. A háromszögek szögeiről, oldalairól tanult tételek bizonyítása, alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban. | |
| <p>A háromszögek nevezetes vonalai:</p> <ul style="list-style-type: none"> – A háromszög oldalfelező merőlegesei, a háromszög köré írt köre. – A háromszög magasságvonalai, magasságpontja. – A háromszög szögfelező egyenesei, a háromszög beírt köre, hozzáírt körei. – A háromszög súlyvonalai, súlypontja. – A háromszögek nevezetes vonalairól és köreiről tanult tételek bizonyítása, alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Euler egyenes, Feuerbach kör bemutatása grafikus programmal. | <p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztő program használata.</p> |
| <p>Négyszögek, sokszögek, szabályos sokszögek.</p> <p>Belső és külső szögek összege.</p> <p>Átlók száma.</p> | |

| | |
|--|---|
| <p>Pitagorasz tétel és megfordításának bizonyítása és alkalmazása.</p> <p>Számítási feladatok síkban és térben.</p> <p>A tételt és megfordítását alkalmazzuk bizonyítási feladatokban.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Pitagorasz.</p> | <p><i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.</p> |
| <p>Thalész tétele és a tétel megfordításának bizonyítása és alkalmazása.</p> <p>Szerkesztési és bizonyítási feladatok.</p> <p>Körérintő szerkesztése.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Thalész.</p> | |
| <p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p> | <p>Hozzáírt kör, súlypont, szabályos sokszög.</p> |

| <p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p> | <p>4. Geometria</p> <p>4.2. Geometriai transzformációk</p> | <p>Órakeret</p> <p>10 óra</p> |
|--|--|---|
| <p>Előzetes tudás</p> | <p>Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése a környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.</p> | |
| <p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p> | <p>A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepe a matematikában és a valóságban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.</p> | |
| <p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p> | | <p>Kapcsolódási pontok</p> |
| <p>Geometriai transzformáció fogalma.</p> <p>Egybevágósági transzformációk rendszerezése.</p> <p>Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli elforgatás, eltolás.</p> <p>A geometriai transzformációk tulajdonságai:</p> <ul style="list-style-type: none"> – fixpont, fixegyenes, fixesík; – szögtartás, távolságtartás, irányítástartás; – szimmetrikus és nem szimmetrikus transzformáció. | | <p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.</p> |

| | | |
|---|--|--|
| Geometriai transzformációk szorzata. | | |
| Az egybevágóság fogalma. Egybevágó alakzatok felismerése. Alakzatok egybevágósága. A háromszögek egybevágóságának alapesetei. | | |
| Szimmetrikus alakzatok. A szimmetrián alapuló tulajdonságok felismerése: szögek, szakaszok egyenlősége. | | <i>Vizuális kultúra:</i> művészettörténeti stíluskorszakok. |
| Szerkesztési, számítási és bizonyítási feladatok. Az egybevágóság, a szimmetria felismerése, hatékony alkalmazása. Vázlatkészítés, elemzés, diszkusszió. | | |
| A paralelogramma, a háromszög és a trapéz középvonala. A középpontos tükrözés alkalmazása. | | |
| A vektor. Ellentett vektorok, nullvektor, egyenlő vektorok, vektor abszolútértéke. Műveletek vektorokkal: – összeadás (paralelogramma-módszer, láncmódszer); – kivonás; – számmal való szorzás. | | <i>Fizika:</i> vektormennyiségek. |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Geometriai transzformáció, egybevágósági és hasonlósági transzformáció, szimmetrikus alakzat. Vektorművelet, paralelogramma-módszer, láncmódszer, vektorfelbontás, nullvektor, ellentett vektor, vektorok egyenlősége. Bázisvektor, bázisrendszer, vektorkoordináta. Helyvektor, szabadvektor. | |

| | | |
|--|--|---------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 6. Statisztika, valószínűség | Órakeret 2 óra |
| Előzetes tudás | Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség fogalma. | |

| | |
|--|--|
| | Százalékszámítás. |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában. |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
| <p>Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása.</p> <p>Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása.</p> <p>Következtetések levonása.</p> <p>Számológép használata.</p> <p>Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.</p> | <p><i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).</p> <p><i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés.</p> |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Terjedelem, szórás. |

| | |
|---|---|
| A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén | <p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra, intervallumokra, véges és végtelen halmazokra. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita alkalmazása feladatmegoldás során. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Racionális és irracionális számok - a valós számok halmazának szemléletes fogalma. – Számok normálalakja, normálalakkal műveletek végzése. – Biztos műveletvégzés, műveletek sorrendje, zárójelek használata. – Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása. – Első fokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek |
|---|---|

| |
|--|
| <p>megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok megoldása.</p> <ul style="list-style-type: none"> – A számológép használata. <p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, periodicitás, paritás. – A négyzetgyökfüggvény ábrázolása, jellemzése. – Többlépéses függvénytranszformációk elvégzése $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $f(c \cdot x)$; $f(x)$ felhasználásával. – Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Térelemek ismerete, a távolság és szög fogalmának értése, ismerete, a távolság és a szög mérése. – A kör és részeinek ismerete. – Egybevágósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Egybevágó alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása feladatokban. – Vektor fogalmának ismerete, vektorműveletek szerkesztése. – Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögeinek, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban. – A Pitagorasz-tétel és Thalész-tétel alkalmazásai. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Statisztikai adatok elemzése: adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása. |
|--|

11–12. évfolyam

Általános tantervű csoport (...+3+3)

A nyolcosztályos gimnázium utolsó két évében a témakörök feldolgozásánál a matematika látásmódjának, alkalmazhatóságának a bemutatása a cél. Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző és összegző képesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak,

problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit is így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre. Ez sokat segíthet abban, hogy a matematikát kevésbé szerető tanulók se tekintsék gondolkodásmódjuktól távol álló területnek a matematikát.

11. évfolyam

| | | |
|---|---|----------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 1. Gondolkodási módszerek, kombinatorika, gráfok | Órakeret 8 óra |
| Előzetes tudás | Sorbarendezési és kiválasztási feladatok, gráf használata feladatmegoldásban. Gráf, csúcs, él, fokszám. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |

| | |
|---|---|
| <p>1.1. Kombinatorika Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Kombináció – ismétlés nélkül. Összeszámlálások vegyes kombinatorikai feladatokon keresztül Jelek használata: $n! , \binom{n}{k}$. Binomiális együtthatók, néhány alapvető tulajdonsága. Pascal háromszög vizsgálata, állítások sejtések megfogalmazása, igazolása. <i>Matematikatörténet:</i> Blaise Pascal, Erdős Pál.</p> | <p><i>Biológia-egészségtan:</i> genetika.</p> |
| <p>1.2. Gráfok Gráfelméleti alapfogalmak: csúcs, él, fokszám. Gráfok alkalmazása leszámolás feladatokban – rendszerező ismétlés. Fagráf, felhasználása feladatmegoldásban. Fokszámra vonatkozó összefüggések. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.</p> | |
| <p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p> | <p>Permutáció, variáció, kombináció, binomiális együttható.</p> |

| <p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p> | <p>2. Hatvány, gyök, logaritmus</p> | <p>Órakeret 30 óra</p> |
|--|---|-----------------------------------|
| <p>Előzetes tudás</p> | <p>Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök, gyökkvonás azonosságai. Valós számok halmaza.</p> | |
| <p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p> | <p>A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan, logaritmikusan változó mennyiségek. A matematikai ismeretek alkalmazásának felismerése más tudományágban és mindennapjainkban.</p> | |
| <p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p> | <p>Kapcsolódási pontok</p> | |

| | |
|---|---|
| <p>Az egész kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságainak ismételése.</p> <p>Számológép használata hatványok értékének kiszámításában, normálalak használatában.</p> <p>Azonos átalakítások, a célszerű módszer, lépés megválasztása.</p> <p>A hatványfogalom kiterjesztése - törtekitevőjű hatványok.</p> <p>A hatványozás eddigi azonosságai érvényben maradnak – permanencia elv.</p> <p>Exponenciális függvény.</p> <p>Az exponenciális függvény ábrázolása, vizsgálata - irracionális kitevőjű hatvány fogalma szemléletes alapon.</p> | <p><i>Fizika:</i> radioaktivitás.</p> |
| <p>Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <p>Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával.</p> <p>Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása.</p> | <p><i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).</p> |
| <p>Számolás 10 hatványaival, 2 hatványaival.</p> <p>A logaritmus fogalma.</p> <p>A logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel.</p> <p>A logaritmus azonosságai:</p> <ul style="list-style-type: none"> – szorzat, hányados, hatvány logaritmusa; – áttérés más alapú logaritmusra. <p>A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> a logaritmus fogalmának kialakulása, változása.</p> <p>Logaritmustáblázat.</p> | <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés.</p> <p><i>Kémia:</i> pH-számítás.</p> <p><i>Fizika:</i> radioaktivitás számítási feladatai.</p> |

| | |
|--|---|
| <p>A logaritmusfüggvény.</p> <p>A logaritmusfüggvény ábrázolása, vizsgálata.</p> <p>Adott alaphoz tartozó exponenciális és logaritmus függvény kapcsolata.</p> <p>Inverz függvény-kapcsolat szemléletes fogalma.</p> | |
| <p>Logaritmosos egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <p>Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával.</p> <p>Értelmezési tartomány vizsgálata. Számológép használata.</p> | |
| <p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p> | <p>Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.</p> |

| <p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p> | <p>3. Trigonometria</p> | <p>Órakeret 24 óra</p> |
|---|---|---|
| <p>Előzetes tudás</p> | <p>Vektorokkal végzett műveletek. Hegyesszögek szögfüggvényei, a szögfüggvények általános értelmezése, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések, trigonometrikus függvények.</p> | |
| <p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p> | <p>A geometriai látásmód fejlesztése. A művelet fogalmának bővítése egy újszerű művelettel, a skaláris szorzással. Az algebrai és a geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak más tudományterületeken történő alkalmazása. A függvény szemlélet alkalmazása az egyenletmegoldás során, végtelen sok megoldás keresése.</p> | |
| <p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p> | | <p>Kapcsolódási pontok</p> |
| <p>A vektor fogalma, vektorműveletek, vektorfelbontás vektorkoordináták.</p> <p>A tanult ismeretek felidézése.</p> <p>A vektorok koordinátaival végzett műveletek és tulajdonságaik.</p> <p>A vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái.</p> | | |
| <p>Két vektor skaláris szorzata.</p> | | <p><i>Fizika:</i> munka, elektromosság.</p> |

| | |
|---|--|
| <p>A művelet újszerűségének bemutatása. Jelölések megjegyzése.</p> <ul style="list-style-type: none"> – A skaláris szorzat tulajdonságai. A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban. – Merőleges vektorok skaláris szorzata. Szükséges és elégséges feltétel. – Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével. | |
| <p>A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével.</p> <p>Szinusztétel.</p> <p>Koszinusztétel.</p> <p style="padding-left: 40px;">A tételek pontos kimondása, bizonyítása.</p> <p style="padding-left: 40px;">Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel.</p> <p style="padding-left: 40px;">Ábra és terv készítése a számítási feladatokhoz.</p> <p style="padding-left: 40px;">Szög távolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban is.</p> <p style="padding-left: 40px;">Bizonyításokban egyszerű gondolatmenet követése.</p> <p style="padding-left: 40px;">Számológép használata.</p> | <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alakzatok adatainak meghatározása.</p> <p><i>Földrajz:</i> távolságok, szögek kiszámítása – terepmérési feladatok.</p> |
| <p>Szögfüggvények közötti összefüggések.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Szögfüggvényekről tanultak ismétlése. – Trigonometrikus függvények. – Összefüggések a szögfüggvények között. <p>Addíciós tételek:</p> <ul style="list-style-type: none"> – két szög összegének és különbségének szögfüggvényei. – egy szög kétszeresének szögfüggvényei. <p style="padding-left: 40px;">A trigonometrikus azonosságok megértése, használata, az alkalmas összefüggés megtalálása.</p> <p style="padding-left: 40px;">Függvénytáblázat használata feladatok megoldásában.</p> | <p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p> |
| <p>Trigonometrikus, egyenletek és egyenlőtlenségek.</p> <p style="padding-left: 40px;">Egységkör, illetve trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása az egyenlet, egyenlőtlenség megoldásához.</p> <p style="padding-left: 40px;">Az összes megoldás megkeresése.</p> | <p><i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.</p> |

| | |
|--|-------------------|
| Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata. | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Skaláris szorzat. |

| | | |
|---|---|--|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 4. Koordinátageometria | Órakeret 32 óra |
| Előzetes tudás | Koordináta-rendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Helyvektor, szabadvektor. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Számítógép használata. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>Két pont távolsága.</p> <p>A Pitagorasz-tétel alkalmazása. Vektor abszolút értékének kiszámítása.</p> <p>Két vektor hajlásszöge.</p> <p>Skaláris szorzat használata.</p> | | |
| <p>Szakasz osztópontjának koordinátái.</p> <p>A háromszög súlypontjának koordinátái.</p> <p>Elemi geometriai ismeretek alkalmazása vektorok használata, koordináták-kiszámolása.</p> | | <i>Fizika:</i> testek tömegközéppontja. |
| <p>Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens.</p> <p>A különböző jellemzők közötti kapcsolat értéke, használata.</p> | | <i>Fizika:</i> mérések értékelése. |
| <p>Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele.</p> <p>Az egyenes egyenlete:</p> <ul style="list-style-type: none"> – normálvektoros egyenlet; – irányvektoros egyenlet; – iránytényezős egyenlet. <p>Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel.</p> <p>A feladathoz alkalmas egyenlet-típus kiválasztása.</p> | | <i>Informatika:</i> számítógépes program használata. |

| | | |
|--|---|---|
| <p>Két egyenes metszéspontja.</p> <p>Egyenletrendszerek megoldási módszereinek felidézése.</p> <p>Pont és egyenes távolsága.</p> <p>Két egyenes szöge.</p> <p>Skaláris szorzat használata.</p> | | |
| <p>A kör egyenlete.</p> <p>Kör egyenletének felírása a középpont és a sugár ismeretében.</p> <ul style="list-style-type: none"> – A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet. – Kör és egyenes kölcsönös helyzete. – A kör érintőjének egyenlete. – Két kör közös pontjainak meghatározása. <p>Másodfokú, kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.</p> <p>A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió.</p> | | <p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p> |
| <p>Ponthalmazok a koordinátasíkon.</p> <p>Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek vizsgálata, ábrázolása.</p> | | |
| <p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p> | <p>Vektor, irányvektor, normálvektor, iránytényező.</p> | |

| | | |
|---|--|---|
| <p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p> | <p>5. Statisztika, valószínűség</p> | <p>Órakeret 14 óra</p> |
| <p>Előzetes tudás</p> | <p>Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell.</p> | |
| <p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p> | <p>A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására.</p> | |
| <p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p> | | <p>Kapcsolódási pontok</p> |
| <p>Statisztikai mintavétel.</p> <p>Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.</p> <p>Ismeretek mozgósítása: A minta terjedelme. Átlag, medián</p> | | <p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata.</p> |

| | |
|--|--|
| <p>módusz, szórás.</p> <p>Közvélemény-kutatás. Minőség-ellenőrzés.</p> | <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: választások.</i></p> <p><i>Földrajz: statisztikai évkönyv.</i></p> |
| <p>Véletlen jelenségek megfigyelése.</p> <p>A modell és a valóság kapcsolata.</p> <p>Szerencsejátékok elemzése.</p> <p>Véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.</p> <p>Klasszikus valószínűségi modell.</p> <p>A tanult kombinatorikai módszerek használata.</p> <p>A valószínűség becslése, számolása.</p> <p><i>Matematikatörténet: Pólya György, Rényi Alfréd, Erdős Pál.</i></p> | |
| <p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p> | <p>Valószínűség. A valószínűség klasszikus modellje.</p> |

| | |
|---|---|
| <p>A fejlesztés várt eredményei a 11. évfolyam végén</p> | <p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Szövegértés: a szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. – Exponenciális és logaritmosus egyenletek megoldása, ellenőrzése. – Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása. – A számológép biztos használata. |
|---|---|

Függvények, az analízis elemei

- Az exponenciális, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.
- Függvény-transzformációk alkalmazása.
- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének használata.

Geometria

- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete.
- Két vektor skaláris szorzata alkalmazása.
- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása.
- Valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- A geometriai és az algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, kiszámítása.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módjának alkalmazása.
- Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.
- A matematikai tanulmányok végére a matematika tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni (pl. gazdasági, pénzügyi).
- Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.
- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.
- –A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek alapvető matematika kultúrtörténeti ismeretekkel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.

12. évfolyam

| | | |
|--|---|---|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok | Órakeret 4 óra |
| Előzetes tudás | Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulya elv, logikai szita. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>Matematikai logika Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia.</p> <p style="padding-left: 40px;">A köznap szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése.</p> <p style="padding-left: 40px;">Logikai és halmazelméleti műveletek kapcsolata.</p> <p><i>Matematikatörténet: Varga Tamás, Pólya György.</i></p> | | <i>Magyar nyelv és irodalom: köznyelv, szaknyelv.</i> |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. | |

| | | |
|--|--|-----------------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Sorozatok | Órakeret 17 óra |
| Előzetes tudás | Számítási sorozat, egyszerű alapösszefüggések | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A hétköznapi életben és a matematikai problémákban a sorozattal leírható mennyiségek felismerése. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása.</p> <p style="padding-left: 40px;">Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat.</p> | | <i>Informatika: algoritmusok.</i> |

| | |
|--|---|
| <i>Matematikatörténet: Fibonacci.</i> | |
| <p>Számtani sorozat.</p> <p>A számtani sorozat n-edik tagja.</p> <p>A számtani sorozat első n tagjának összegének kiszámítási módja.</p> <p>A számtani közép tulajdonság.</p> <p style="padding-left: 40px;">Számítási feladatok a számtani sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására.</p> <p style="padding-left: 40px;">Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal.</p> | |
| <i>Matematikatörténet: Gauss.</i> | |
| <p>Mértani sorozat.</p> <p>A mértani sorozat n-edik tagja.</p> <p>A mértani sorozat első n tagjának összegének kiszámítási módja.</p> <p>A mértani közép tulajdonság.</p> <p style="padding-left: 40px;">Számítási feladatok a mértani sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására.</p> <p style="padding-left: 40px;">Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal.</p> <p style="padding-left: 40px;">Exponenciális folyamatok a természettudományban és a társadalomtudományokban.</p> | <p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i></p> <p>exponenciális folyamatok.</p> |
| <p>Gyakorlati alkalmazások – kamatszámítás</p> <p style="padding-left: 40px;">Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztő részlet, hitel, THM, gyűjtőjárdék.</p> <p style="padding-left: 40px;">Kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás.</p> | <p><i>Földrajz:</i></p> <p>világgazdaság, hitel, adósság, eladósodás.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i></p> <p>kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet számítás.</p> |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat. |

| | | |
|---|---|---|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 3. Térgeometria, felszín, térfogat | Órakeret 30 óra |
| Előzetes tudás | Térelemek illeszkedése, távolsága, szöge. Térbeli testek jellemzői: csúcs, lap, átló, felszín, térfogat. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A korábban kísérletezéssel, méréssel, szemlélet alapján megszerzett ismeretek mélyítése, elméleti háttérének megteremtése. A térszemlélet, az esztétikai érzék fejlesztése. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>Térelemek.</p> <p>Két kitérő egyenes hajlásszöge.</p> <p>Síkra merőleges egyenes.</p> <p>Egyenes és sík hajlásszöge.</p> <p>Két sík hajlásszöge.</p> <p>Pont távolsága síktól.</p> <p>Két párhuzamos sík távolsága.</p> <p>Két kitérő egyenes távolsága.</p> <p>A fogalmak-bemutatása modelleken és a környezetünk tárgyain.</p> <p>Modellezőkészletek használata.</p> <p>Digitális technikák használata térbeli ábrák megjelenítéséhez.</p> | | <i>Vizuális kultúra:</i> axonometria. |
| <p>Kerület- és területszámítás eddig tanult részeinek áttekintése.</p> <p>Síkidomok kerülete, területe.</p> <p>Képi emlékezés, ismeretek felidézése.</p> <p>Képzeletben történő mozgatás, átdarabolás, szétvágás.</p> | | |
| <p>Testek, szabályos testek.</p> <p>Térbeli modellek használata, készítése.</p> <p>Számítógép használata ábrázoláshoz.</p> <p>Ábrakészítés térbeli testekről.</p> | | <i>Informatika:</i> számítógépes szimulációs program használata. |
| A térfogatszámítás alapelvei. | | |

| | | |
|---|---|--|
| Mérőszám és mértékegység. | | |
| Egyenes hasáb felszíne, térfogata. Forgáshenger felszíne, térfogata. Az összefüggések alkalmazása változatos térgeometriai feladatokban, gyakorlati alkalmazások. | | <i>Informatika:</i> számítógépes program használata. |
| A kúp felszíne, térfogata. A közelítés szemléletes fogalma. Csonkagúla, csonkakúp. A csonkagúla, csonkakúp térfogata és felszíne. A hasonlóság alkalmazása. A gömb térfogata és felszíne. Térgeometriai ismeretek alkalmazása. <i>Matematikatörténet:</i> Cavalieri. | | <i>Vizuális kultúra:</i> építészet. <i>Biológia-egészségtan:</i> keringéssel kapcsolatos számítási feladatok. |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Felszín, térfogat, hengerszerű test, kúpszerű test, csonkagúla, csonkakúp. | |
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 4. Statisztika, valószínűség | Órakeret 4 óra |
| Előzetes tudás | Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| Geometriai valószínűség. <i>Matematikatörténet:</i> Pólya György, Rényi Alfréd, Erdős Pál. | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Valószínűség. A valószínűség klasszikus modellje. | |

| | | |
|--|------------------------------------|----------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 5.Rendszerező összefoglalás | Órakeret 41 óra |
| Előzetes tudás | A 8 év matematikaanyaga. | |

| | | |
|---|---|----------------------------|
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | <p>Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. A megoldási módszerek tudatosítása, a problémákban alkalmazható közös modell, számítási- bizonyítási módszerek keresése. Az ismeretek gyakorlati problémákra való alkalmazása. A matematika épülésének folyamatába történő betekintés a matematikatörténet néhány fejezetének, nagy egyéniségének megismerésével.</p> | |
| | Ismeretek/fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
| | <p><i>Gondolkodási módszerek</i></p> <p>Halmazok.</p> <p>Számhalmazok.</p> <p>A halmazok alkalmazási területei a matematika különböző ágaiban. A halmazok szemléltetésre, az összefüggések áttekintésére, közös tulajdonságok kiemelésére való használata.</p> <p>A valós számok halmaza fogalmának megerősítése, a számkörbővítés lépéseinek az áttekintése.</p> <p>Logikai ismeretek.</p> <p>A matematikai szövegek értelmezésének erősítése. Pontos fogalmazásra való törekvés, a definíciókban, tételekben szereplő feltételek szerepének, jelentésének tudatosítása. A logikai műveletek során a bizonyítások, feladatmegoldások tudatos alkalmazása.</p> <p>A matematikában tanult módszerek.</p> <p>A bizonyítási módszerek rendszerezése feladatokon, gyakorlati alkalmazásokon keresztül: a direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulya elv.</p> <p>Kombinatorika, gráfelmélet.</p> <p>A sorba rendezési és leszámolási feladatok alaptípusainak felismerése.</p> <p>A kombinatív készség fejlesztése, gráfok alkalmazása a</p> | |

| | |
|--|---|
| <p>problémamegoldás során.</p> | |
| <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <p>Számhalmazok.</p> <p>A valós számok halmazán értelmezett műveletek, műveleti tulajdonságok biztonságos használata. Az eredmények várható értékének becslése – annak vizsgálata, hogy reális-e az eredményünk.</p> <p>Algebrai alapfogalmak, azonosságok.</p> <p>Átalakítások algebrai kifejezésekkel.</p> <p>A zsebszámológép használata. A különböző típusú zsebszámológépek használatának ismerete.</p> <p>Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek.</p> <p>Változatos módszerek alkalmazása, többféle megoldás keresése. Gyakorlati problémákat tartalmazó szöveges feladatok megoldása. A különböző témakörökhöz tartozó problémák közötti kapcsolatok észrevétele.</p> <p>Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása.</p> | |
| <p><i>Sorozatok, függvények</i></p> <p>Függvények grafikonjai, jellemzésük. Függvénytranszformációk. Függvények a matematikában, a természettudományokban és hétköznapijainkban.</p> <p>Számtani és mértani sorozat, kamatos kamatszámítás.</p> | <p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p> |
| <p><i>Geometria</i></p> <p>Mérés és mérték.</p> <p>A hosszúság -, terület -, térfogatmérés, a szögmérés fontos kérdése: mi a problémához illő egység, milyen pontosan adjuk meg az eredményt.</p> <p>A geometriai szerkesztések. Megengedett szerkesztési lépések és eszközök használata.</p> <p>A geometriai transzformációk.</p> | |

| | |
|--|---|
| <p>Az esztétikai érzék fejlesztése.</p> <p>A geometriai transzformációk előfordulásainak keresése környezetünkben. A szimmetria és a harmónia észrevétele a művészetekben.</p> <p>A háromszögekre vonatkozó ismeretek.</p> <p>A négyszögekre, sokszögekre vonatkozó ismeretek.</p> <p>Körre vonatkozó ismeretek.</p> <p>Az alakzatok tulajdonságainak, nevezetes vonalainak felidézésével az emlékezet fejlesztése, az absztrakciós készség fejlődésének segítése.</p> <p>Trigonometria.</p> <p>Vektorok, koordináta geometria.</p> <p>A trigonometria és a koordináta geometria a geometriai és az algebrai készségeket együtt fejleszti.</p> | |
| <p><i>Statisztika, valószínűség</i></p> <p>Adatsokaságok elemzése.</p> <p>Véletlen jelenségek vizsgálata.</p> <p>Vélemények megbeszélése, érvelés, sejtések megfogalmazása, azok elfogadása vagy elvetése.</p> <p>A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban.</p> | <p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbáziskezelő program használata.</p> |
| <p><i>Tudománytörténeti és matematikai érdekességek, neves matematikusok</i></p> <p>Néhány matematikatörténeti szemelvény.</p> <p>A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése.</p> <p>pl. nem euklideszi geometria - Bolyai János Bolyai Farkas; nagy Fermat-tétel, számítógépek fejlődése – Neumann János.</p> <p>A matematika néhány filozófiai kérdése.</p> <p>A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői.</p> <p>Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma.</p> | <p><i>Informatika:</i> könyvtárhasználat, internethasználat.</p> |

| | |
|------------------------------------|---|
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | - |
|------------------------------------|---|

| | |
|---|---|
| A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén | <p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – Szövegértés: a szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. <p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A számtani és a mértani sorozat ismerete, feladatokban való alkalmazása. – Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése. – Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében. – A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módjának alkalmazása. – Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása. – A matematikai tanulmányok végére a matematika tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat. – Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat. – Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni (pl. gazdasági, pénzügyi). – Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket. – Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni. – A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket. – A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére. – A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége. – –A közép fokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek alapvető |
|---|---|

| |
|---|
| matematika kultúrtörténeti ismeretekkel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire. |
|---|

11–12. évfolyam

Emelt tantervű csoport (...+5+5)

A matematika tanterv ezen fejezete a gimnázium olyan átlagosnál jobb képességű, érdeklődőbb tanulóinak szól, akik matematikából az emelt szintű érettségi vizsgára fölkészítő képzést választották. A tananyag a NAT és az érettségi vizsga szabályzat emelt szintű követelményeire épül, és a matematika főiskolai-egyetemi tanulására való felkészítést célozza meg. A problémamegoldó készségen túl ezért fontos az önálló rendszerezés, lényegkiemelés, történeti áttekintés készségének kialakítása, az alkalmazási lehetőségek megtalálása, a kapcsolatok keresése különböző témakörök között.

A gimnázium 9-10. évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az ismeretek igazolásán, rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és alkalmazási lehetőségeik megismerésén lesz a hangsúly. Ebben az időszakban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, miközben sok, elméleti és gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk (pl. differenciál-, integrálszámítás), amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható a tanulóktól többféle készség és ismeret együttes alkalmazása. Minden témában hangsúlyosan kell kitérnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A rendszerező összefoglalás, túl azon, hogy az eddigi matematikatanulás szintézisét adja, mintaként szolgálhat a későbbiekben is bármely területen végzett összegző munkához.

11. évfolyam

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 1. Gondolkodási módszerek, kombinatorika, gráfok | Órakeret 26 óra |
|--|---|--------------------|
| Előzetes tudás | Sorbarendezési és kiválasztási feladatok, gráf használata feladatmegoldásban. Gráf, csúcs, él, foksám. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban. | |

| Ismeretek/fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|--|--|
| <p>1.3. Kombinatorika Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Kombináció – ismétlés nélkül.</p> <p>Összeszámlálások vegyes kombinatorikai feladatokon keresztül Jelek használata: $n!$, $\binom{n}{k}$.</p> <p>Binomiális együtthatók, néhány alapvető tulajdonsága. Pascal háromszög vizsgálata, állítások sejtések megfogalmazása, igazolása.</p> <p>Binomiális tétel.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Blaise Pascal, Erdős Pál.</p> | <p><i>Biológia-egészségtan:</i> genetika.</p> |
| <p>1.4. Gráfok Gráfelméleti alapfogalmak: csúcs, él, fokszám.</p> <p>Gráfok alkalmazása leszámolás feladatokban – rendszerező ismétlés.</p> <p>Fagráf, felhasználása feladatmegoldásban.</p> <p>Fokszámra vonatkozó összefüggések.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Euler.</p> | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Permutáció, variáció, kombináció, binomiális együttható. |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Hatvány, gyök, logaritmus | Órakeret 31 óra |
|---|--|--------------------|
| Előzetes tudás | Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök, gyökvonás azonosságai. Valós számok halmaza. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan, logaritmikusan változó mennyiségek. A matematikai ismeretek alkalmazásának felismerése más tudományágban és mindennapjainkban. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok | |

| | |
|---|---|
| <p>Az egész kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságainak ismételése.</p> <p>Számológép használata hatványok értékének kiszámításában, normálalak használatában.</p> <p>Azonos átalakítások, a célszerű módszer, lépés megválasztása.</p> <p>A hatványfogalom kiterjesztése - törtekitevőjű hatványok.</p> <p>A hatványfogalom kiterjesztése irracionális számra.</p> <p>A hatványozás eddigi azonosságai érvényben maradnak – permanencia elv.</p> <p>Exponenciális függvény.</p> <p>Az exponenciális függvény ábrázolása, vizsgálata - irracionális kitevőjű hatvány fogalma szemléletes alapon.</p> | <p><i>Fizika:</i> radioaktivitás.</p> |
| <p>Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <p>Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával.</p> <p>Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása.</p> | <p><i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).</p> |
| <p>Számolás 10 hatványaival, 2 hatványaival.</p> <p>A logaritmus fogalma.</p> <p>A logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel.</p> <p>A logaritmus azonosságai:</p> <ul style="list-style-type: none"> – szorzat, hányados, hatvány logaritmusa; – áttérés más alapú logaritmusra. <p>A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> a logaritmus fogalmának kialakulása, változása.</p> <p>Logaritmustáblázat.</p> | <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés.</p> <p><i>Kémia:</i> pH-számítás.</p> <p><i>Fizika:</i> radioaktivitás számítási feladatai.</p> |

| | |
|--|---|
| <p>A logaritmusfüggvény.</p> <p>A logaritmusfüggvény ábrázolása, vizsgálata.</p> <p>Adott alaphoz tartozó exponenciális és logaritmus függvény kapcsolata.</p> <p>Inverz függvény-kapcsolat szemléletes fogalma.</p> | |
| <p>Logaritmosos egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <p>Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával.</p> <p>Értelmezési tartomány vizsgálata. Számológép használata.</p> | |
| <p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p> | <p>Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.</p> |

| <p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p> | <p>3. Trigonometria</p> | <p>Órakeret 41 óra</p> |
|---|---|---|
| <p>Előzetes tudás</p> | <p>Vektorokkal végzett műveletek. Hegyesszögek szögfüggvényei, a szögfüggvények általános értelmezése, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések, trigonometrikus függvények.</p> | |
| <p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p> | <p>A geometriai látásmód fejlesztése. A művelet fogalmának bővítése egy újszerű művelettel, a skaláris szorzással. Az algebrai és a geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak más tudományterületeken történő alkalmazása. A függvény szemlélet alkalmazása az egyenletmegoldás során, végtelen sok megoldás keresése.</p> | |
| <p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p> | | <p>Kapcsolódási pontok</p> |
| <p>A vektor fogalma, vektorműveletek, vektorfelbontás vektorkoordináták.</p> <p>A tanult ismeretek felidézése.</p> <p>A vektorok koordinátaival végzett műveletek és tulajdonságaik.</p> <p>A vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái.</p> | | |
| <p>Két vektor skaláris szorzata.</p> <p>A művelet újszerűségének bemutatása. Jelölések megjegyzése.</p> <p>– A skaláris szorzat tulajdonságai.</p> | | <p><i>Fizika:</i> munka, elektromosság.</p> |

| | |
|---|--|
| <p>A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Merőleges vektorok skaláris szorzata. Szükséges és elégséges feltétel. – Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével. | |
| <p>A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével.</p> <p>Színusztétel.</p> <p>Koszínusztétel.</p> <p>A tételek pontos kimondása, bizonyítása.</p> <p>Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel.</p> <p>Ábra és terv készítése a számítási feladatokhoz.</p> <p>Szög távolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban is.</p> <p>Bizonyításokban egyszerű gondolatmenet követése.</p> <p>Számológép használata.</p> | <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alakzatok adatainak meghatározása.</p> <p><i>Földrajz:</i> távolságok, szögek kiszámítása – terepmérési feladatok.</p> |
| <p>Szögfüggvények közötti összefüggések.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Szögfüggvényekről tanultak ismétlése. – Trigonometrikus függvények. – Összefüggések a szögfüggvények között. <p>Addíciós tételek:</p> <ul style="list-style-type: none"> – két szög összegének és különbségének szögfüggvényei. – egy szög kétszeresének szögfüggvényei. <p>A trigonometrikus azonosságok megértése, használata, az alkalmas összefüggés megtalálása.</p> <p>Függvénytáblázat használata feladatok megoldásában.</p> | <p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p> |
| <p>Trigonometrikus, egyenletek és egyenlőtlenségek.</p> <p>Egységkör, illetve trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása az egyenlet, egyenlőtlenség megoldásához.</p> <p>Az összes megoldás megkeresése.</p> <p>Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata.</p> | <p><i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.</p> |

| | |
|------------------------------------|-------------------|
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Skaláris szorzat. |
|------------------------------------|-------------------|

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 4. Koordinátageometria | Órakeret 46 óra |
|---|---|--|
| Előzetes tudás | Koordináta-rendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Helyvektor, szabadvektor. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Számítógép használata. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>Két pont távolsága.</p> <p>A Pitagorasz-tétel alkalmazása. Vektor abszolút értékének kiszámítása.</p> <p>Két vektor hajlásszöge.</p> <p>Skaláris szorzat használata.</p> | | |
| <p>Szakasz osztópontjának koordinátái.</p> <p>A háromszög súlypontjának koordinátái.</p> <p>Elemi geometriai ismeretek alkalmazása vektorok használata, koordináták-kiszámolása.</p> | | <i>Fizika:</i> testek tömegközéppontja. |
| <p>Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens.</p> <p>A különböző jellemzők közötti kapcsolat értéke, használata.</p> | | <i>Fizika:</i> mérések értékelése. |
| <p>Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele.</p> <p>Az egyenes egyenlete:</p> <ul style="list-style-type: none"> – normálvektoros egyenlet; – irányvektoros egyenlet; – iránytényezős egyenlet. <p>Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel.</p> <p>A feladathoz alkalmas egyenlet-típus kiválasztása.</p> <p>Két egyenes metszéspontja.</p> | | <i>Informatika:</i> számítógépes program használata. |

| | | |
|--|--|---|
| Egyenletrendszerek megoldási módszereinek felidézése. | | |
| Pont és egyenes távolsága. | | |
| Két egyenes szöge. Skaláris szorzat használata. | | |
| A parabola fogalma, tengelyponti egyenlete. A parabola pontjainak tulajdonsága: fókuszpont, vezéregyenes. A parabola és a másodfokú függvény. A parabola és az egyenes kölcsönös helyzete. | | <i>Fizika:</i> geometriai optika, fényszóró, visszapillantó tükör |
| A kör egyenlete. Kör egyenletének felírása a középpont és a sugár ismeretében. – A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet. – Kör és egyenes kölcsönös helyzete. – A kör érintőjének egyenlete. – Két kör közös pontjainak meghatározása. Másodfokú, kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió. | | <i>Informatika:</i> számítógépes program használata. |
| Ponthalmazok a koordinátasíkon. Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek vizsgálata, ábrázolása. | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Vektor, irányvektor, normálvektor, iránytényező. | |

| | | |
|---|---|----------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 5. Statisztika, valószínűség | Órakeret 36 óra |
| Előzetes tudás | Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására. | |

| Ismeretek/fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|--|--|
| <p>Statisztikai mintavétel.</p> <p>Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.</p> <p>Ismeretek mozgósítása: A minta terjedelme. Átlag, medián módusz, szórás.</p> <p>Közvélemény-kutatás. Minőség-ellenőrzés.</p> | <p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> választások.</p> <p><i>Földrajz:</i> statisztikai évkönyv.</p> |
| <p>Véletlen jelenségek megfigyelése.</p> <p>A modell és a valóság kapcsolata.</p> <p>Szerencsejátékok elemzése.</p> <p>Véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.</p> <p>Klasszikus valószínűségi modell.</p> <p>Nagy számok törvénye.</p> <p>A valószínűségi változó várható értéke, szórása.</p> <p>Binomiális, hipergeometriai eloszlás.</p> <p>Geometriai valószínűség.</p> <p>A tanult kombinatorikai módszerek használata.</p> <p>A valószínűség becslése, számolása.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Pólya György, Rényi Alfréd, Erdős Pál.</p> | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Valószínűség. A valószínűség klasszikus modellje. |

| | |
|--|--|
| A fejlesztés várt eredményei a 11. évfolyam végén | <p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. |
|--|--|

- Szövegértés: a szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.
- A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.
- A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában.

Számelmélet, algebra

- A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából.
- Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése.
- Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása.
- A számológép biztos használata.

Függvények, az analízis elemei

- Az exponenciális, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.
- Függvény-transzformációk alkalmazása.
- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének használata.

Geometria

- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete.
- Két vektor skaláris szorzata alkalmazása.
- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása.
- Valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- A geometriai és az algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, kiszámítása.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módjának alkalmazása.
- Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.
- A matematikai tanulmányok végére a matematika tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni (pl. gazdasági, pénzügyi).

| | |
|--|--|
| | <ul style="list-style-type: none"> – Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket. – Tudjanak a síkban tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni. – A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket. – A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére. – A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége. – –A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek alapvető matematika kultúrtörténeti ismeretekkel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire. |
|--|--|

12. évfolyam

| | | |
|---|---|---------------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok | Órakeret 10 óra |
| Előzetes tudás | Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulya elv, logikai szita. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |

| | |
|--|--|
| <p>Matematikai logika Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia.</p> <p>A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése.</p> <p>Logikai és halmazelméleti műveletek kapcsolata.</p> <p>Bizonyítási típusok – direkt, indirekt, skatulyaelv.</p> <p>Tételek megfordítása.</p> <p><i>Matematikatörténet: Varga Tamás, Pólya György.</i></p> | <p><i>Magyar nyelv és irodalom: köznyelv, szaknyelv.</i></p> |
| <p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p> | <p>Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia.</p> |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Sorozatok | Órakeret 20 óra |
|--|--|--|
| Előzetes tudás | Számítási sorozat, egyszerű alapösszefüggések | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A hétköznapi életben és a matematikai problémákban a sorozattal leírható mennyiségek felismerése. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása.</p> <p>Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat.</p> <p>Sorozatok konvergenciája, monotonitása, korlátossága.</p> <p>Középértékek nagyságrendi viszonyai</p> <p>– aritmetikai, geometriai, négyzetes, harmonikus.</p> <p><i>Matematikatörténet: Fibonacci.</i></p> | | <p><i>Informatika:</i> algoritmusok.</p> |
| <p>Számítási sorozat.</p> <p>A számítási sorozat n-edik tagja.</p> <p>A számítási sorozat első n tagjának összegének kiszámítási módja.</p> <p>A számítási közép tulajdonság.</p> <p>Számítási feladatok a számítási sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására.</p> | | |

| | | |
|--|---|--|
| Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal. | | |
| <i>Matematikatörténet: Gauss.</i> | | |
| <p>Mértani sorozat.</p> <p>A mértani sorozat n-edik tagja.</p> <p>A mértani sorozat első n tagjának összegének kiszámítási módja.</p> <p>Végtelen mértani sor.</p> <p>A mértani közép tulajdonság.</p> <p>Számítási feladatok a mértani sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására. Szorzattá alakítás: $a^n - b^n$, $a^{2m+1} - b^{2m+1}$</p> <p>Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal.</p> <p>Exponenciális folyamatok a természettudományban és a társadalomtudományokban.</p> | <p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i></p> <p>exponenciális folyamatok.</p> | |
| <p>Gyakorlati alkalmazások – kamatszámítás</p> <p>Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztő részlet, hitel, THM, gyűjtőjáradék.</p> <p>Kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás.</p> | <p><i>Földrajz:</i></p> <p>világgazdaság, hitel, adósság, eladósodás.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i></p> <p>kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet számítás.</p> | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 3. Térgeometria, felszín, térfogat | Órakeret 30 óra |
|---|---|----------------------------|
| Előzetes tudás | Tételek illeszkedése, távolsága, szöge. Térbeli testek jellemzői: csúcs, lap, átló, felszín, térfogat. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A korábban kísérletezéssel, méréssel, szemlélet alapján megszerzett ismeretek mélyítése, elméleti háttérének megteremtése. A térszemlélet, az esztétikai érzék fejlesztése. | |

| Ismeretek/fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|---|---|
| <p>Tételek.</p> <p>Két kitérő egyenes hajlásszöge.</p> <p>Síkra merőleges egyenes.</p> <p>Egyenes és sík hajlásszöge.</p> <p>Két sík hajlásszöge.</p> <p>Pont távolsága siktól.</p> <p>Két párhuzamos sík távolsága.</p> <p>Két kitérő egyenes távolsága.</p> <p>A fogalmak-bemutatása modelleken és a környezetünk tárgyain.</p> <p>Modellezőkészletek használata.</p> <p>Digitális technikák használata térbeli ábrák megjelenítéséhez.</p> | <p><i>Vizuális kultúra:</i> axonometria.</p> |
| <p>Kerület- és területszámítás eddig tanult részeinek áttekintése.</p> <p>Síkidomok kerülete, területe.</p> <p>Képi emlékezés, ismeretek felidézése.</p> <p>Képzeletben történő mozgatás, átdarabolás, szétvágás.</p> | |
| <p>Testek, szabályos testek.</p> <p>Térbeli modellek használata, készítése.</p> <p>Számítógép használata ábrázoláshoz.</p> <p>Ábrakészítés térbeli testekről.</p> | <p><i>Informatika:</i> számítógépes szimulációs program használata.</p> |
| <p>A térfogatszámítás alapelvei.</p> <p>Mérőszám és mértékegység.</p> | |
| <p>Egyenes hasáb felszíne, térfogata.</p> <p>Forgáshenger felszíne, térfogata.</p> <p>Az összefüggések alkalmazása változatos térgeometriai feladatokban, gyakorlati alkalmazások.</p> | <p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p> |

| | | |
|--|---|---|
| <p>A kúp felszíne, térfogata.</p> <p>A közelítés szemléletes fogalma.</p> <p>Csonkagúla, csonkakúp.</p> <p>A csonkagúla, csonkakúp térfogata és felszíne.</p> <p>A hasonlóság alkalmazása.</p> <p>A gömb térfogata és felszíne.</p> <p>Térgeometriai ismeretek alkalmazása.</p> <p><i>Matematikatörténet: Cavalieri.</i></p> | | <p><i>Vizuális kultúra:</i> építészet.</p> <p><i>Biológia-egészségtan:</i> keringéssel kapcsolatos számítási feladatok.</p> |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Felszín, térfogat, hengerszerű test, kúpszerű test, csonkagúla, csonkakúp. | |
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 4. Statisztika, valószínűség | Órakeret 10 óra |
| Előzetes tudás | Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására. | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>Geometriai valószínűség.</p> <p><i>Matematikatörténet: Pólya György, Rényi Alfréd, Erdős Pál.</i></p> | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Valószínűség. A valószínűség klasszikus modellje. | |

| | | |
|--|--|----------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 5. Folytonosság, differenciálszámítás | Órakeret 35 óra |
| Előzetes tudás | Függvények megadása, értelmezési tartomány, értékészlet. Függvények jellemzése: zérushely, korlátosság, szélsőérték, monotonitás, paritás, periodicitás. | |

| | |
|---|---|
| <p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p> | <p>Megismerkedés a függvények vizsgálatának új módszerével. A függvény folytonossága és határértéke fogalmának megalapozása. A differenciálszámítás módszereinek használata a függvények lokális és globális tulajdonságainak vizsgálatára. A matematikán kívüli területeken – fizika, közgazdaságtan – is alkalmazások keresése.</p> |
| <p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p> | <p>Kapcsolódási pontok</p> |
| <p>Függvények leszűkítése, kiterjesztése.</p> <p>Összetett függvény.</p> <p>Függvények véges helyen vett véges; véges helyen vett végtelen; végtelenben vett véges; végtelenben vett végtelen határértéke.</p> <p>A függvények folytonossága, korlátossága.</p> <p>Megszámlálhatóan, nem megszámlálhatóan végtelen halmazok.</p> | <p><i>Fizika:</i> példák folytonos és diszkrét mennyiségekre.</p> |
| <p>A differenciálhatóság fogalma.</p> <p>A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény.</p> <p>Alapfüggvények deriváltja:</p> <p>Konstans függvény, x^n, trigonometrikus függvények deriváltja.</p> <p>Műveletek differenciálható függvényekkel.</p> <p>Függvény konstansszorosának deriváltja, összeg-, szorzat-, hányados-, összetett függvény deriváltja.</p> <p>A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata.</p> <p>Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény.</p> <p>Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték.</p> <p>Konvex, konkáv függvény.</p> <p>Függvényvizsgálat differenciálszámítással.</p> <p>Érintő egyenletének fölírása.</p> <p>Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Leibniz, Newton,</p> | <p><i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás kitérése, sebessége, gyorsulása.</p> <p><i>Fizika:</i> Fermat-elv, Snellius-Descartes törvény. Fizikai jellegű szélsőérték-problémák.</p> <p><i>Fizika:</i> fizikai tartalmú függvények deriváltjainak jelentése.</p> |

| | |
|------------------------------------|---|
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Függvényfolytonosság, -határérték. Különbségi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabbrendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény. |
|------------------------------------|---|

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 6. Integrálszámítás | Órakeret 15 óra |
|--|--|--|
| Előzetes tudás | Folytonos függvények fogalma. Területszámítás elemei. Sorozatok, véges sorok. Differenciálási szabályok ismerete. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Az integrálszámítás módszereivel találkozáva a közelítő módszerek ismeretének bővítése. A függvény alatti terület alkalmazásai a matematika és a fizika több területén | |
| Ismeretek/fejlesztési követelmények | | Kapcsolódási pontok |
| <p>Alsó és felső közelítő összegek.</p> <p>Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása.</p> <p>Közelítés véges összegekkel.</p> <p>A határozott integrál fogalma, tulajdonságai.</p> | | |
| <p>Az integrál mint a felső határ függvénye.</p> <p>Integrálfüggvény.</p> <p>A primitív függvény fogalma.</p> <p>A primitív függvények halmaza – a határozatlan integrál:</p> <ul style="list-style-type: none"> – polinomfüggvény, – trigonometrikus függvények, <p>A Newton-Leibniz-tétel.</p> <p>Az integrálszámítás alkalmazása.</p> | | <p><i>Fizika:</i> A munka és a mozgási energia. Elektromos feszültség két pont között, a potenciál. Tehetetlenségi nyomatók.</p> |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Alsó- és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Newton-Leibniz-tétel. | |

| | | |
|--|-------------------------------------|----------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 7. Rendszerező összefoglalás | Órakeret 40 óra |
| Előzetes tudás | A 8 év matematikaanyaga. | |

| | | |
|---|---|----------------------------|
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | <p>Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. A megoldási módszerek tudatosítása, a problémákban alkalmazható közös modell, számítási- bizonyítási módszerek keresése. Az ismeretek gyakorlati problémákra való alkalmazása. A matematika épülésének folyamatába történő betekintés a matematikatörténet néhány fejezetének, nagy egyéniségének megismerésével.</p> | |
| | Ismeretek/fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
| | <p><i>Gondolkodási módszerek</i></p> <p>Halmazok.</p> <p>Számhalmazok.</p> <p>A halmazok alkalmazási területei a matematika különböző ágaiban. A halmazok szemléltetésre, az összefüggések áttekintésére, közös tulajdonságok kiemelésére való használata.</p> <p>A valós számok halmaza fogalmának megerősítése, a számkörbővítés lépéseinek az áttekintése.</p> <p>Logikai ismeretek.</p> <p>A matematikai szövegek értelmezésének erősítése. Pontos fogalmazásra való törekvés, a definíciókban, tételekben szereplő feltételek szerepének, jelentésének tudatosítása. A logikai műveletek során a bizonyítások, feladatmegoldások tudatos alkalmazása.</p> <p>A matematikában tanult módszerek.</p> <p>A bizonyítási módszerek rendszerezése feladatokon, gyakorlati alkalmazásokon keresztül: a direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulya elv.</p> <p>Kombinatorika, gráfelmélet.</p> <p>A sorba rendezési és leszámolási feladatok alaptípusainak felismerése.</p> <p>A kombinatív készség fejlesztése, gráfok alkalmazása a</p> | |

| | |
|--|---|
| <p>problémamegoldás során.</p> | |
| <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <p>Számhalmazok.</p> <p>A valós számok halmazán értelmezett műveletek, műveleti tulajdonságok biztonságos használata. Az eredmények várható értékének becslése – annak vizsgálata, hogy reális-e az eredményünk.</p> <p>Algebrai alapfogalmak, azonosságok.</p> <p>Átalakítások algebrai kifejezésekkel.</p> <p>A zsebszámológép használata. A különböző típusú zsebszámológépek használatának ismerete.</p> <p>Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek.</p> <p>Változatos módszerek alkalmazása, többféle megoldás keresése. Gyakorlati problémákat tartalmazó szöveges feladatok megoldása. A különböző témakörökhöz tartozó problémák közötti kapcsolatok észrevétele.</p> <p>Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása.</p> | |
| <p><i>Sorozatok, függvények</i></p> <p>Függvények grafikonjai, jellemzésük. Függvénytranszformációk. Függvények a matematikában, a természettudományokban és hétköznapijainkban.</p> <p>Számtani és mértani sorozat, kamatos kamatszámítás.</p> | <p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p> |
| <p><i>Geometria</i></p> <p>Mérés és mérték.</p> <p>A hosszúság -, terület -, térfogatmérés, a szögmérés fontos kérdése: mi a problémához illő egység, milyen pontosan adjuk meg az eredményt.</p> <p>A geometriai szerkesztések. Megengedett szerkesztési lépések és eszközök használata.</p> <p>A geometriai transzformációk.</p> | |

| | |
|--|---|
| <p>Az esztétikai érzék fejlesztése.</p> <p>A geometriai transzformációk előfordulásainak keresése környezetünkben. A szimmetria és a harmónia észrevétele a művészetekben.</p> <p>A háromszögekre vonatkozó ismeretek.</p> <p>A négyszögekre, sokszögekre vonatkozó ismeretek.</p> <p>Körre vonatkozó ismeretek.</p> <p>Az alakzatok tulajdonságainak, nevezetes vonalainak felidézésével az emlékezet fejlesztése, az absztrakciós készség fejlődésének segítése.</p> <p>Trigonometria.</p> <p>Vektorok, koordináta geometria.</p> <p>A trigonometria és a koordináta geometria a geometriai és az algebrai készségeket együtt fejleszti.</p> | |
| <p><i>Statisztika, valószínűség</i></p> <p>Adatsokaságok elemzése.</p> <p>Véletlen jelenségek vizsgálata.</p> <p>Vélemények megbeszélése, érvelés, sejtések megfogalmazása, azok elfogadása vagy elvetése.</p> <p>A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban.</p> | <p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbáziskezelő program használata.</p> |
| <p><i>Tudománytörténeti és matematikai érdekességek, neves matematikusok</i></p> <p>Néhány matematikatörténeti szemelvény.</p> <p>A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése.</p> <p>pl. nem euklideszi geometria - Bolyai János Bolyai Farkas; nagy Fermat-tétel, számítógépek fejlődése – Neumann János.</p> <p>A matematika néhány filozófiai kérdése.</p> <p>A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői.</p> <p>Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma.</p> | <p><i>Informatika:</i> könyvtárhasználat, internethasználat.</p> |

| | |
|------------------------------------|---|
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | - |
|------------------------------------|---|

| | |
|---|---|
| A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén | <p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – Szövegértés: a szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. |
| | <p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A számtani és a mértani sorozat ismerete, feladatokban való alkalmazása. – Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése. – Sorozatok vizsgálata monotonitás, korlátosság, határérték szempontjából. Véges és végtelen sorok összegzése. A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel és differenciálszámítás használatával. Az integrálszámítás használata, gyakorlati alkalmazása. |
| | <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése. – Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása. |
| | <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében. – A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módjának alkalmazása. – Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása. – A matematikai tanulmányok végére a matematika tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat. – Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat. – Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni (pl. gazdasági, pénzügyi). – Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket. – Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni. – A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket. – A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények |

becslésére.

- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.
- –A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek alapvető matematika kultúrtörténeti ismeretekkel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.